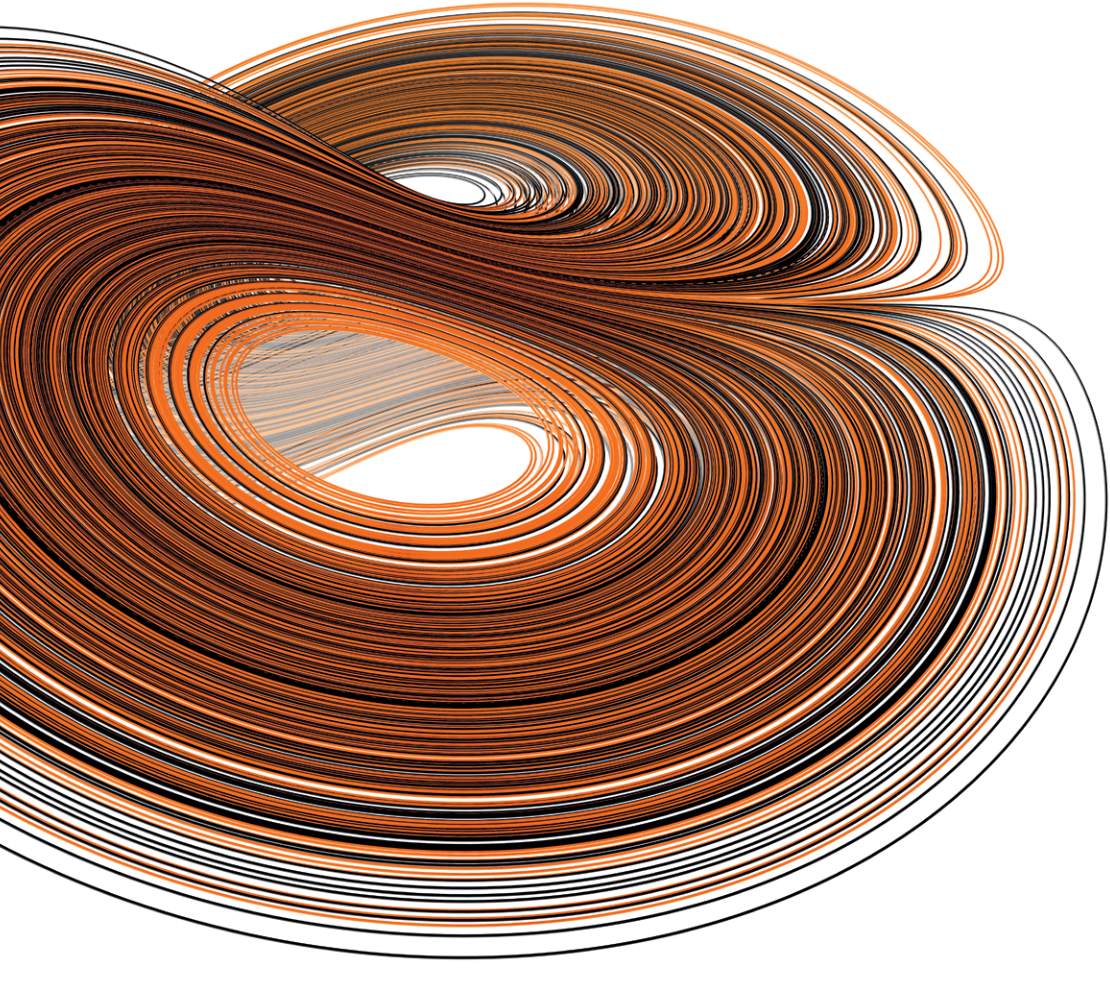
IMAGINARY

ENTDECKERBOX
2013



Herausgeber:
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach
Schwarzwaldstr. 9–11
77709 Oberwolfach
Deutschland
+49 (0)7834 979 0
www.mfo.de
www.imaginary.org

Gefördert durch die Klaus Tschira Stiftung gGmbH
Titelbild: Lorenz-Attraktor von Jos Leys, www.josleys.com

IMAGINARY

ENTDECKERBOX
2013

Willkommen bei der IMAGINARY-Entdeckerbox!

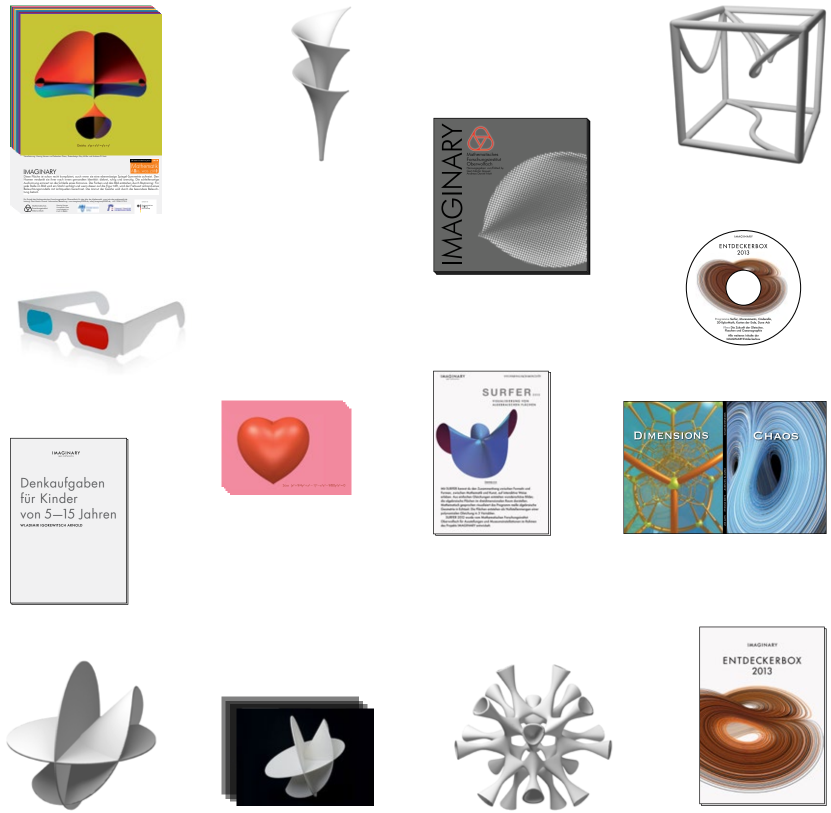
Diese Box beinhaltet eine Sammlung von verschiedenen Ideen, Programmen, Filmen und Bildern, die euch zum Entdecken und Experimentieren mit Mathematik anregen sollen. Ziel der Box ist es, einer »Spielesammlung« gleich, eine Vielzahl an Bausteinen anzubieten, die untereinander kombiniert und alleine oder in einer Gruppe entdeckt werden können. Dabei geht es nicht darum, den Anweisungen strikt zu folgen, sondern vor allem solltet ihr eurer Neugier und Kreativität freien Lauf lassen.

Die Mathematik hinter den einzelnen Inhalten kann spielerisch und interaktiv entdeckt, erarbeitet, erfunden, konstruiert und verstanden werden. Die Module laden zum Weiterdenken ein und dazu, sich selbst auch über den Rahmen der Box hinaus aktiv mit Mathematik zu beschäftigen.

Dieser Ansatz des Entdeckens, gemeinsam mit Lehrerinnen und Lehrern, Mathematikerinnen und Mathematikern oder auch mit Hilfe von Büchern, Artikeln, einem leeren Blatt Papier und viel Zeit, spiegelt eine wichtige Art des mathematischen Denkens und Forschens wider.

Viel Spaß beim Entdecken!
Euer IMAGINARY-Team

Die Entdeckerbox ist Teil des Projekts IMAGINARY
des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach,
gefördert durch die Klaus Tschira Stiftung gGmbH.



Inhalte der Entdecker-Box

1 × Entdeckerbox-Begleitheft
1 × Entdeckerbox-DVD
1 × Entdeckerbox-USB-Stick

4 × Skulpturen in 3D-Druck
4 × Skulpturen-Postkarten

5 × 3D-Brillen
1 × Buch »Denkaufgaben von 5 bis 15«
1 × Film-DVD »Dimensions/Chaos«

5 × Postkarten mit algebraischen Flächen
1 × Katalog der IMAGINARY-Wanderausstellung*
1 × Posterset mit 12 A3-Postern*
1 × SURFER-Anleitung
1 × SURFER-Expertentipps
1 × SURFER-Ausstellungsführung
2 × Bastelbögen »Dullo« und »Süss«

* solange der Vorrat reicht

IMAGINARY – von einer Mathe-Ausstellung zur Entdeckerbox

IMAGINARY begann als eine interaktive Wanderausstellung im Jahr der Mathematik 2008. Die Ausstellung zeigt Visualisierungen, interaktive Programme, 3D-Objekte und ihre mathematischen Hintergründe auf attraktive und verständliche Weise. Im Laufe der letzten Jahre hat sich diese Ausstellung zu der offenen Plattform für interaktive Mathematikvermittlung www.imaginary.org weiterentwickelt.

Ein Ziel der Plattform »IMAGINARY – open mathematics« ist es, einen Ort für die Präsentation und Entwicklung von Mathematikexponaten anzubieten. Die Inhalte reichen von Bildergalerien über interaktive Programme und Filme bis hin zu Bauanleitungen für Exponate zum Anfassen. Außerdem bietet die Plattform allen Benutzerinnen und Benutzern die Möglichkeit, eigene Inhalte beizusteuern. Sie dient so als Basis für den Austausch der sich in den letzten Jahren verstärkt entwickelnden Mathematikvermittlung. Die Nutzung der Plattform ist kostenlos, alle Exponate werden unter einer freien Lizenz zur Verfügung gestellt.

Auf der IMAGINARY-Plattform gibt es zur Zeit zwei Ausstellungen: Die Ausstellung »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik«, die die Schönheit der Mathematik mit Hilfe von mathematischen Visualisierungen zeigt, und die Ausstellung »Mathematik des Planeten Erde«, die sich mit der wichtigen Rolle der Mathematik für unseren Planeten beschäftigt.

Die IMAGINARY-Entdeckerbox enthält eine Auswahl einiger Module dieser beiden Ausstellungen, die sich besonders gut zum Experimentieren und Selbst-Entdecken von Mathematik eignen.

Nutzung des Materials und Lizenzen

Alle Inhalte der IMAGINARY-Entdeckerbox sind unter freien Lizenzen erhältlich. Sie dürfen im nichtkommerziellen Bereich kostenlos verwendet und weitergegeben werden. Dabei müssen die Bestimmungen der jeweiligen Lizenz eingehalten werden, das bedeutet zumindest die Nennung der Autorin oder des Autors und des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach sowie der Klaus Tschira Stiftung. Die verwendeten Lizenzen sind überwiegend Creative Commons Lizenzen, mehr Informationen dazu gibt es auf www.creativecommons.de.

Die Benutzung

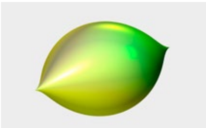
Die Entdeckerbox enthält Programme und Filme auf DVD und USB-Stick, außerdem 3D-Drucke von Skulpturen, Bastelbögen von algebraischen Flächen und zusätzliches Material, z. B. zum Organisieren einer eigenen kleinen IMAGINARY-Ausstellung. Zu allen Modulen haben wir einen Einführungstext verfasst, in dem ein Einblick in die mathematischen Hintergründe gegeben wird, und eine Liste mit möglichen Aktivitäten erstellt. Diese sind als Anregungen zu verstehen und sind beliebig erweiterbar – im Sinne des gemeinsamen Entdeckens freuen wir uns auf eure Erfahrungen und neuen Ideen zur Verwendung der IMAGINARY-Entdeckerbox.

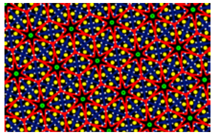
Die Box richtet sich sowohl an Privatpersonen und Familien zum Entdecken zu Hause als auch an größere Gruppen wie Schulklassen oder Mathematik-Workshops mit Kindern und Jugendlichen. Durch die Vielfalt der angebotenen Materialien eignet sich die Box für alle Altersklassen und Erfahrungsstufen – vom Grundschulkind bis zum Mathematikprofi.

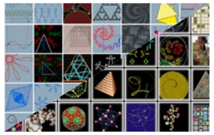
Feedback

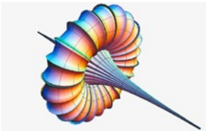
IMAGINARY ist ein offenes, dynamisches Projekt und wir freuen uns über Lob, Kritik, Verbesserungsvorschläge und weitere Kommentare. Kontaktieren könnt ihr uns direkt über die IMAGINARY-Plattform oder per E-Mail: info@imaginary.org.

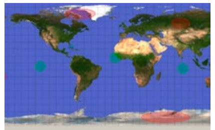
Sehr gerne könnt ihr eure eigenen Ideen auch auf der IMAGINARY-Plattform veröffentlichen oder die Erfahrungen mit der Entdeckerbox dort in einem Mathe-Blog festhalten.

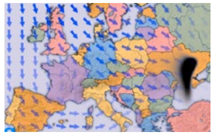

SURFER


MORENAMENTS


CINDERELLA


3D-XPLORMATH


KARTEN DER ERDE


DUNE ASH


DIE ZUKUNFT DER GLETSCHER


FLASCHEN UND OZEANOGRAPHIE

ENTDECKERBOX-BEGLEITHEFT

Die Entdeckerbox-DVD

Die Bedienung der DVD

Die DVD ist einer der wichtigsten Inhalte der IMAGINARY-Entdeckerbox. Hier findet ihr eine Auswahl an Programmen und Filmen von der IMAGINARY-Plattform. Es sind sowohl Inhalte der ursprünglichen Ausstellung »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik« als auch Module der neuen Ausstellung »Mathematik des Planeten Erde« mit dabei. Die Programme und Filme können ohne Installation direkt von der DVD gestartet werden.

Darüber hinaus enthält die DVD alle digitalen Inhalte der Entdeckerbox, Anleitungen, Bastelbögen und weiteres Material zum Weitergeben und Duplizieren.

In diesem Kapitel erklären wir die Bedienung der DVD und geben eine kurze Beschreibung der einzelnen Inhalte und ihrer mathematischen Hintergründe.

Die DVD kann auf zwei verschiedene Arten verwendet werden: Als Live-System zum direkten Start der Programme und als herkömmliches Speichermedium mit Zugriff über einen Dateimanager.

Kein DVD-Laufwerk? Kein Problem! In der Entdeckerbox findet ihr auch einen USB-Stick, der dieselben Daten wie die DVD enthält.

Variante 1

Live-System

Lege die DVD in das Laufwerk ein oder stecke den USB-Stick an den Computer an und starte den Computer neu. Im Normalfall sollte nun das Entdeckerbox-Menü direkt von der DVD bzw. vom USB-Stick starten. Ist dies nicht der Fall, muss die Startreihenfolge in den Systemeinstellungen (BIOS) umgestellt werden, sodass das DVD-Laufwerk bzw. der USB-Port Priorität vor der Festplatte bekommt. Beachte, dass der Start des verwendeten Live-Systems Ubuntu 13.04 mehrere Minuten dauern kann.

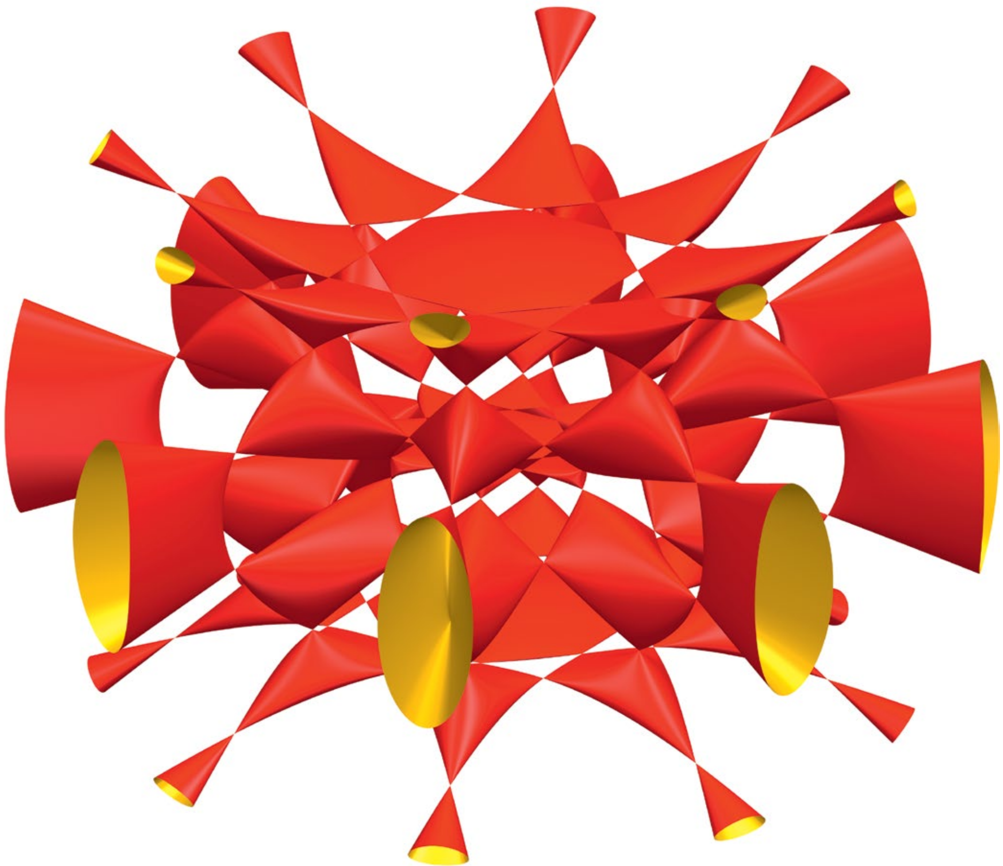
Im Entdeckerbox-Menü können die Programme oder Filme durch Klick auf das entsprechende Symbol direkt gestartet werden. Du findest dort auch eine elektronische Version dieses Begleithefts, falls du direkt am Computer etwas nachlesen möchtest. Zum Beenden der Programme die ESC-Taste drücken und du kommst wieder zurück ins Menü. Um das Entdeckerbox-Menü und das Live-System zu beenden, brauchst du nur den Computer auszuschalten.

Hinweis: Wenn du keine Möglichkeit hast, deinen Computer von externen Medien wie der DVD oder dem USB-Stick zu starten, kannst du das Live-System auch ohne Neustart des Computers über eine virtuelle Maschine verwenden (z. B. mit dem kostenlosen Programm VirtualBox). Eine ausführliche Anleitung dafür findest du als PDF auf den beigelegten Datenträgern (siehe unten).

Variante 2

Direkter Zugriff auf die Daten

Alternativ kann man auch direkt auf die Daten zugreifen. Dazu einfach die DVD bzw. den USB-Stick wie üblich über einen Dateimanager ansteuern und den Ordner »IMAGINARY-Entdeckerbox« öffnen. Hier findest du die Installationsdateien der einzelnen Programme, zusammen mit Dokumentationen, Hintergrundinformationen und weiteren Materialien zum Anschauen, Ausdrucken und Weiterverwenden.



SURFER

SURFER ist ein Programm zur Visualisierung reeller algebraischer Geometrie in Echtzeit. Die dargestellten Flächen sind durch die Nullstellen von Polynomen in drei Variablen gegeben. Das Programm wurde für die Ausstellung »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik« vom Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach entwickelt.

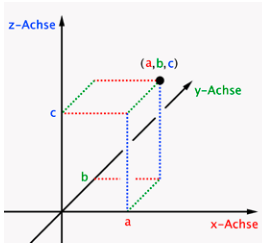
SURFER erlaubt dem Benutzer die Eingabe eines Polynoms und zeigt die dazugehörige Fläche direkt an. Die Benutzung ist extrem einfach und intuitiv. Die Flächen können am Bildschirm gedreht und in der Farbe verändert werden. Außerdem gibt es eine Bildergalerie und Erklärungstexte für interessante Flächen mit besonderen Eigenschaften.

Weltrekordfläche Endraß-Oktik

Wie hängen Formel und Form zusammen?

Die algebraische Geometrie befasst sich mit dem Wechselspiel zwischen Algebra, zum Beispiel eine Formel, und Geometrie, das ist die dazugehörige Form.

Der dreidimensionale Raum ist der physische Raum, der uns umgibt und in dem wir uns bewegen. Durch die Festlegung von drei aufeinander senkrecht stehenden Koordinatenachsen werden ein Ursprung 0 sowie drei Richtungen x, y und z fixiert. Sie ermöglichen es, uns im Raum zu orientieren, indem wir auf sie Bezug nehmen. Sie definieren die Koordinaten x, y und z eines Punktes P. Das sind also drei Zahlen, die die Lage des Punktes, nach erfolgter Wahl des Koordinatensystems, eindeutig beschreiben und festlegen.



Eine Formel ist hier nichts anderes als eine Gleichung in den drei Variablen x, y und z, etwa $x^2+y^2-z^2=0$. Auf der zugehörigen Figur zu liegen, bedeutet für den Punkt, dass seine Koordinaten die Gleichung erfüllen. Die Lösungen sind also alle Tripel (x,y,z) von Zahlen, für die die linke Seite der Gleichung beim Einsetzen der Zahlen null ergibt (man sagt (x,y,z) ist eine »Nullstelle« der Gleichung). Die dadurch definierten Punkte sind dann genau jene Punkte, die auf der zur Gleichung gehörigen geometrischen Figur liegen.

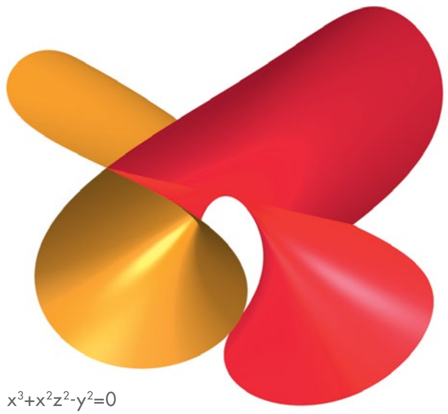
Beispiel: Der Punkt $(x,y,z)=(1,0,1)$ erfüllt die Gleichung $x^2+y^2-z^2=0$, denn es gilt $1^2+0^2-1^2=0$. Also liegt (1,0,1) auf der zugehörigen Figur.

Verweise

- SURFER-Anleitung
- SURFER-Expertentipps
- SURFER-Ausstellungsführung
- IMAGINARY-Katalog
- IMAGINARY-Posterset
- IMAGINARY-Postkarten
- Artikel »Geraden, Kurven und Kuspen« von Duco van Straten auf der DVD
- Buchtipps: »Ebene Algebraische Kurven« von Gerd Fischer, Vieweg, 1994. »Elementare Algebraische Geometrie« von Klaus Hulek, Vieweg, 2000. »Undergraduate Algebraic Geometry« von Miles Reid, Cambridge University Press, 1988

Aktivitäten

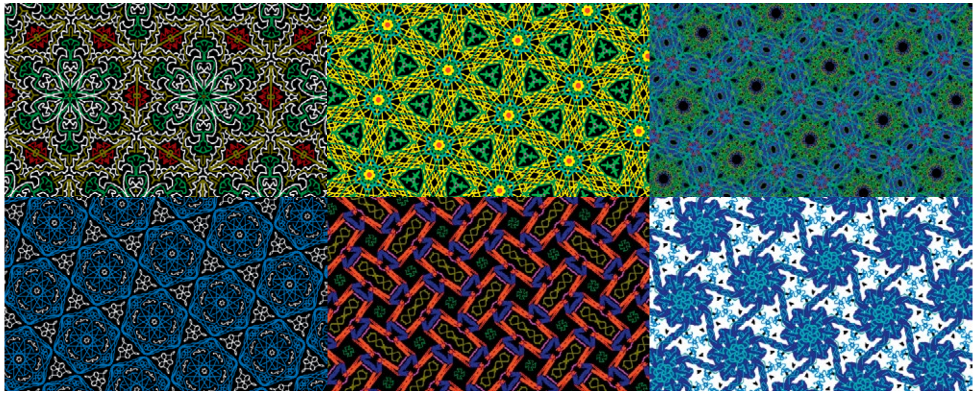
- *Einführungskurs*: Benutze die Dokumente »SURFER-Anleitung« und »SURFER-Ausstellungsführung« um das Programm kennenzulernen. Auf dem Zusatzblatt »SURFER-Expertentipps« findest du weitere wertvolle Anregungen.
- *Wettbewerb*: Die Gruppe wird in mehrere Teams aufgeteilt. In einer vorgegebenen Zeit muss jedes Team mit SURFER ein Bild erstellen, das gewisse Kriterien erfüllt (die schönste/kreativste/komplizierteste Fläche, die Fläche mit den meisten Spitzen, die Fläche, die möglichst einem realen Objekt entspricht...). Dann wird das Gewinnerteam durch Abstimmung in der Gruppe ermittelt.
- *Zur Bebilderung des Mathematikunterrichts:* Setzt SURFER im Mathematikunterricht ein, um Konzepte wie Nullstellen, Kugelgleichung oder das Drehen, Verschieben und Schneiden von algebraischen Flächen zu erklären.
- *Bastelbögen:* Mit den beiliegenden Bastelbögen lassen sich dreidimensionale Modelle von algebraischen Flächen aus einzelnen Schichten zusammensetzen (siehe S. 52).
- *Ausstellungen mit Führungen*: Organisiere eine eigene IMAGINARY-Ausstellung (siehe Tipps im Kapitel 4) mit SURFER als interaktiver Station. Dazu können spezielle SURFER-Führungen angeboten werden und ihr könnt mit den Besucherinnen und Besuchern der Ausstellung Bilder und damit eine eigene Mathematik-Kunst-Galerie erzeugen.



$x^3+x^2z^2-y^2=0$

Programm

Morenaments



Mit Morenaments erzeugte Muster

Mit dem Programm Morenaments kann man ausgehend von einem Grundmuster die Ebene parkettieren, d.h. die ganze Ebene mit einem Muster (Ornament) ausfüllen, ohne dass Lücken oder Überlappungen entstehen. Male dazu einfach mit der Maus im schwarzen Bereich, wähle rechts eine Farbe und die Stiftdicke aus, und beobachte, wie das Grundmuster rechts oben automatisch die Ebene füllt.

Interessanterweise lassen sich alle möglichen Muster auf eine von 17 sogenannten Symmetriegruppen zurückführen, die am Bildschirm links eingestellt werden können und in der Mathematik mit Buchstaben abgekürzt werden (p1, p2, pm, pg etc.).

Kristallographische Gruppen

Was versteht man unter Symmetrie?

Eine »Kachel« ist ein Bereich der Ebene, der sich aus gespiegelten und gedrehten Versionen des Grundmusters zusammensetzt. Für ein unendlich weit fortgesetztes Ornament, das durch Verschieben und Aneinanderlegen einer einzigen Kachel entstanden ist, gibt es erstaunlicherweise nur endlich viele strukturelle Möglichkeiten. Das bedeutet, es gibt nur endlich viele verschiedene Vorschriften, wie so ein Ornament durch Spiegeln, Drehen und Verschieben eines vorgegebenen Grundmusters entstehen kann. Es sind genau 17 Stück und man spricht von den 17 kristallographischen Gruppen (oder Symmetriegruppen von Parkettierungen der Ebene).

Ornament in der Wanddekoration der Alhambra

Der berühmte Mathematiker Herrmann Weyl definiert Symmetrie folgendermaßen: »Symmetrisch ist ein Gebilde dann, wenn man es irgendwie verändern kann und im Ergebnis das Gleiche erhält, womit man begonnen hat«. In diesem Sinn sind die gezeichneten Ornamente hochsymmetrische Objekte. Jedes Ornament geht durch bestimmte Drehungen, Spiegelungen und Verschiebungen perfekt in sich selbst über. Die Menge all der Operationen, die das Ornament in sich selbst überführen, nennt man in der Mathematik eine Symmetriegruppe.

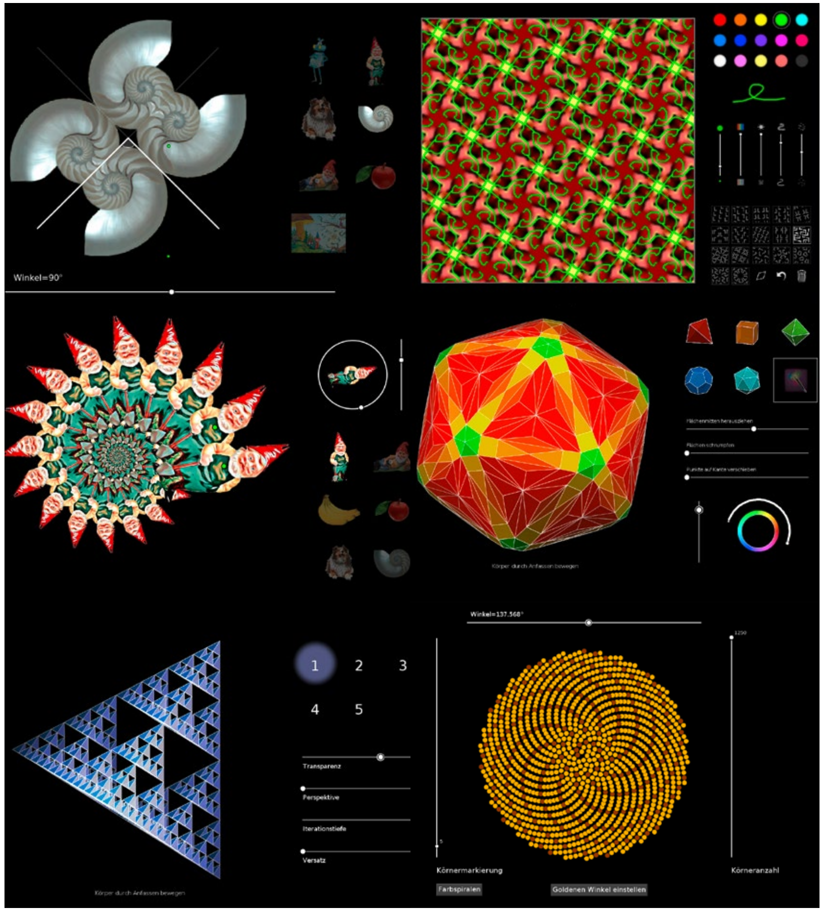
Die Araber kannten diese 17 Symmetriegruppen auch schon. In der Alhambra, einer Festungsanlage in der spanischen Stadt Granada, findet man sie alle in den verwendeten arabischen Ornamenten wieder.

Verweise

- Informationen zu den 17 Symmetriegruppen findet ihr im Wikipedia-Artikel über ebene kristallographische Gruppen.
- Im Programm Cinderella 2011 gibt es einige Experimente zu Symmetrien und auch ein eigenes Ornamente-Malprogramm mit zusätzlichen Einstellungen zu Pinselstärke und Deckkraft - für noch kunstvollere Bilder.
- Für iPhone/iPad gibt es das Programm »iOrnament« mit vielen Zusatzerklärungen und Optionen, siehe: www.science-to-touch.com/iOrnament

Aktivitäten

- *Eigene Ornamente*: Verwende Morenaments, um schöne Muster zu erzeugen. Experimentiere mit den verschiedenen Symmetrien!
- *Ornamente im Alltag*: Suche Fliesen, Tapeten, Mosaike, Parkettböden etc. und versuche diese mit Morenaments nachzumalen.
- *Textilmuster*: Du kannst deine Ornamente mit einem Projektor auf weiße Kleidung projizieren. Das ist auch eine gute Idee für eine Ausstellung.



Sechs verschiedene Cinderella-Experimente aus den Themenbereichen »Ebene Spiegelungen«, »Drehung und Stauchung«, »Platonische Körper«, »Räumliche Packungen« und »Mathematik und Pflanzen«

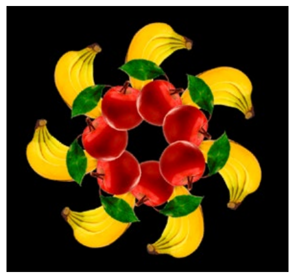
Cinderella

Die vorliegenden zwei Sammlungen von Experimenten geben einen Einblick in viele mathematische Themen, wie z. B. Symmetrie, Chaos und einfache physikalische Simulationen. Die Experimente sind interaktiv, das heißt es gibt bei allen Beispielen die Möglichkeit, Parameter, Objekte und Eigenschaften zu verstellen und die Auswirkungen dieser Änderungen sofort zu verfolgen.

Ihr könnt z. B. mit einem Roboter spielen, der in einem Treppenhaus auf- und abläuft, mit den Planetenbahnen rund um eine oder mehrere Sonnen experimentieren, Fischschwärme beobachten und die Schwarmgröße anpassen, symmetrische Objekte erforschen oder Sonnenblumen wachsen lassen.

Die Sammlung »Cinderella 2008« stammt aus dem Jahr der Mathematik 2008. »Cinderella 2011« wurde für das Deutsche Museum in München entwickelt und steht nun erstmals auch außerhalb des Museums zur Verfügung.

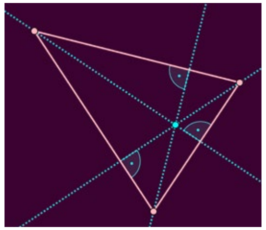
Alle Experimente sind mit dem Programm Cinderella, einer Dynamischen-Geometrie-Software, erstellt worden.



Wie können wir einfach und exakt mit geometrischen Objekten interagieren?

Wie oft habt ihr euch schon darüber geärgert, dass eine geometrische Zeichnung am Ende doch nicht ganz auf das Blatt gepasst hat? Oder zu Beginn der Konstruktion ein Winkel nicht genau genug abgemessen wurde, so dass am Ende nichts zusammengepasst hat? Zur Lösung solcher Probleme und für viele weitere interessante Anwendungen gibt es Dynamische-Geometrie-Software (kurz DGS).

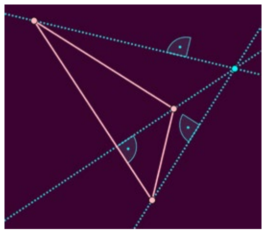
Die wesentliche Idee hinter Dynamischer-Geometrie-Software ist die folgende: Die Benutzerin oder der Benutzer gibt dem Computer nicht, wie in einem traditionellen Grafikprogramm, nur die Koordinaten der zu zeichnenden geometrischen Objekte an, sondern zusätzlich die Information, welche Konstruktionsvorschrift dabei verwendet werden soll. Die DGS kann dadurch, selbst wenn ein Ausgangspunkt nachträglich verschoben wird, trotzdem die Konstruktion korrekt durchführen.



Konstruktion des Schnittpunkts der Höhen eines Dreiecks

Ein einfaches Beispiel: Wir konstruieren den Schnittpunkt der Höhen eines Dreiecks, indem wir zunächst die drei Seiten des Dreiecks als Strecken zwischen drei Punkten und anschließend die Senkrechten zu diesen Strecken durch die gegenüberliegenden Punkte konstruieren.

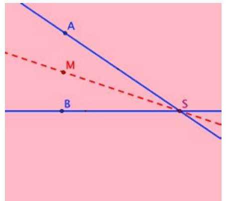
Wir sehen, dass sich, wie erwartet, alle drei Höhen in einem gemeinsamen Punkt schneiden. Möchten wir nun wissen wie die Konstruktion für ein Dreieck mit einem rechten Winkel verläuft oder gar für ein Dreieck mit einem stumpfen Winkel, so müssen wir die ganze Konstruktion nicht noch einmal durchführen, sondern können einfach einen der Eckpunkte verschieben. Die DGS verändert die Positionen der Seiten des Dreiecks sowie der Höhen und des Höhenschnittpunkts automatisch mit.



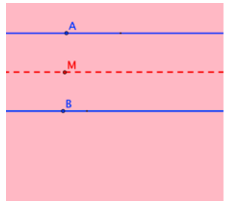
Die Konstruktion nach Verschieben eines Eckpunktes

Die Software Cinderella ist geradezu ein Spezialist für solche schwierigen Konstruktionen, da sie mit komplexen Zahlen und projektiver Geometrie arbeitet. So kann die Bewegung von Punkten auch in komplizierten Situationen korrekt bestimmt werden.

Zum Thema der projektiven Geometrie ein kurzes Beispiel: Wir zeichnen durch zwei Punkte A und B jeweils eine Gerade und konstruieren deren Schnittpunkt S und dann auch noch – gestrichelt – die Verbindungsgerade von S mit dem Mittelpunkt M von A und B. Was passiert, wenn wir nun die beiden Geraden durch A und B parallel legen? Natürlich ergibt sich kein Schnittpunkt S mehr; dieser müsste ja unendlich weit weg liegen. Aber trotzdem schaffen es manche DGS — wie etwa Cinderella — auch in dieser Situation eine sinnvolle Verbindungsgerade zwischen M und dem unendlich weit entfernt liegenden Schnittpunkt S einzuzeichnen. Die projektive Geometrie erlaubt es sogar, mit solchen unendlich weit weg liegenden Punkten zu rechnen!



Schnittpunkt von zwei Geraden



Obwohl der Schnittpunkt S jetzt unendlich weit weg liegt, wird er von der DGS sinnvoll weiter verwendet

Verweise

- www.cinderella.de
- Cinderella zur freien Installation auf der DVD
- Buchtipp: »The Cinderella.2 Manual: Working with the Interactive Geometry Software« von Jürgen Richter-Gebert und Ulrich Kortenkamp, Springer 2013
- Weitere Experimente: www.mathe-vital.de
- Dynamisches-Geometrie-Programm »Geogebra« mit vielen Beispielen: www.geogebra.org
- Vorlesungsskript »Dynamische Geometrie« von Oliver Labs mit mehr Informationen zu projektiver Geometrie auf der DVD

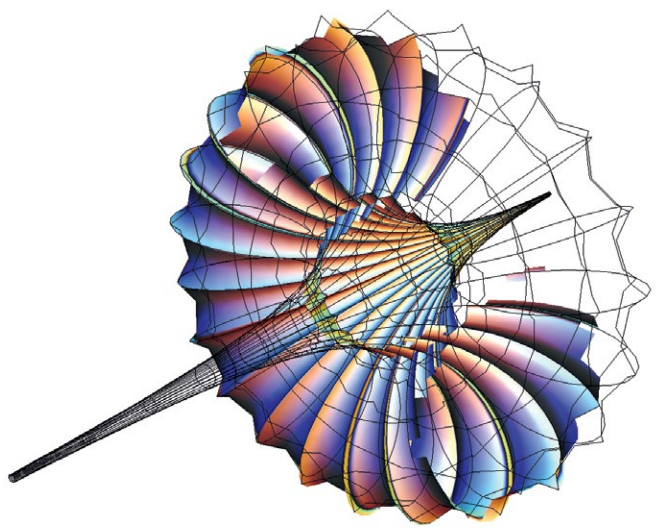
Aktivitäten

- *Präsentation:* Finde ein Experiment, das dir besonders gefällt und versuche es bis ins Detail zu verstehen. Was passiert genau? Was kann man alles ändern? Welche Mathematik benötigt man? Präsentiere die Details in Form einer »Scienceshow« deinen Bekannten oder Mitschülerinnen und Mitschülern.
- *Mission:* Versucht in Gruppen für ausgewählte Experimente jeweils sogenannte »Missionen« zu finden, das sind Aufgabenstellungen für andere Benutzerinnen und Benutzer. Eine Mission kann z. B. sein: »Finde ein Sonnensystem mit einer Erde und zwei Sonnen, so dass die Erde nicht mit den Sonnen kollidiert« oder »Bei welchen Funktionen und Startwerten ist die Newton-Methode zum Finden von Nullstellen von Funktionen besonders langsam?«.
- *Neues Experiment:* Hast du eine Idee für ein neues interaktives Experiment? Versuche es zu planen und dann vielleicht auch als Programm in Cinderella umzusetzen. Du kannst es auch über die IMAGINARY-Plattform anderen Interessierten präsentieren!

3D-XplorMath

3D-XplorMath ist ein Programm zum Erforschen von mathematischen Visualisierungen, das sind in diesem Fall zwei- und dreidimensionale Bilder (2D und 3D) aus verschiedenen mathematischen Gebieten. Es steht eine große Anzahl an Objekten zur Verfügung, die ihr betrachten und verändern könnt.

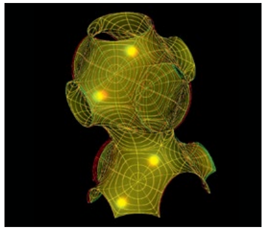
Als Besonderheit gibt es die meisten Visualisierungen auch in 3D zu sehen. Ihr müsst dazu nur auf die 3D-Ansicht »anaglyph« schalten und die beigelegte Rot-Cyan 3D-Brille aufsetzen.



Die Breather-Fläche

Visualisierungen in drei Dimensionen

Da das Programm sehr vielfältig einsetzbar ist, geben wir hier eine allgemeine Einführung und überlassen euch das Entdecken der mathematischen Objekte und der unzähligen Möglichkeiten des Programms. Nach dem Start des Programms müsst ihr zuerst im Menü »Galerie« oben links eine der vielen Galerien auswählen, z. B. Kurven, Flächen, Fraktale oder Visualisierungen mit Differentialgleichungen (DGL). Jetzt erscheint ein zweites Menü mit der Auswahl an Objekten der jeweiligen Galerie – hier kann es auch Untermenüs geben, falls sich die Einträge in weitere Kategorien aufteilen. Es erscheint das mathematische Objekt und ihr könnt es mit der Maus drehen und manipulieren. Je nach Auswahl könnt ihr in den Menüs »Aktionen«, »Einstellungen«, »Ansicht« und »Animation« das Objekt verändern oder eine Animation berechnen und anzeigen.



3D-Ansicht der Minimalfläche von Schwarz

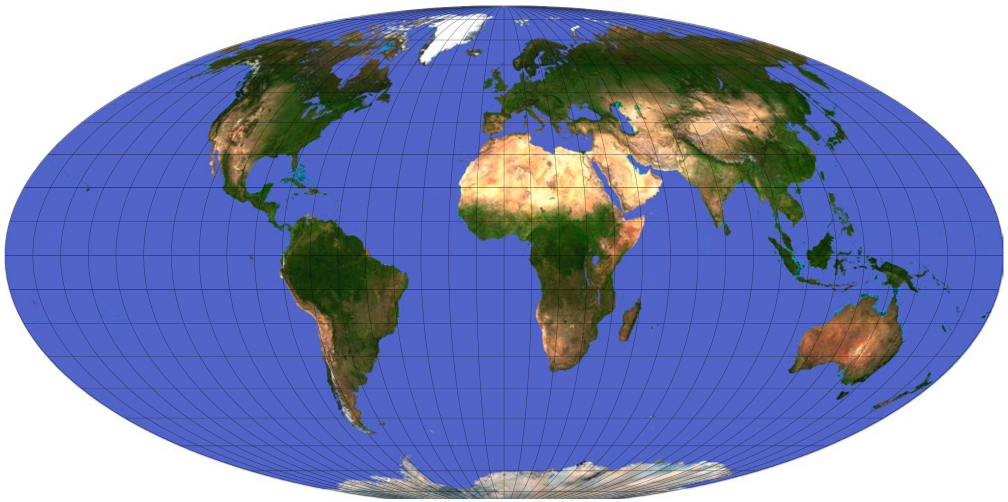
Wichtig ist der Menüpunkt »Ansicht«. Wenn ihr darin auf »Anaglyph Stereo Ansicht« umschaltet, dann könnt ihr die dreidimensionalen Objekte mit der beigelegten 3D-Brille auch räumlich erfahren. Die 3D-Objekte sehen besonders gut aus, wenn man sie mit einem Projektor auf eine große Leinwand projiziert. Es wird empfohlen, möglichst gerade auf das Objekt zu schauen, ggf. kann im Menü »Einstellungen« auch die 3D-Ansicht angepasst werden.

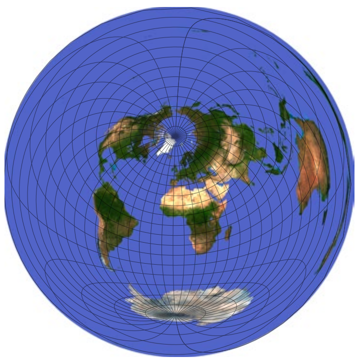
Verweise

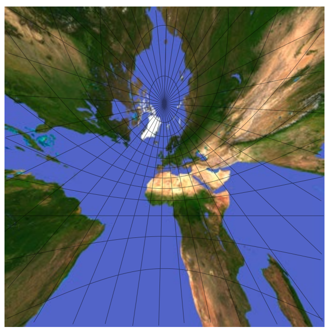
- 3D-Brillen
- Auf der Seite www.3d-xplormath.org findet ihr auch eine andere Version des Programms für Mac mit noch mehr Objekten. Auf der Seite gibt es auch Einführungsvideos mit vielen mathematischen Tricks.
- Auf der DVD gibt es eine umfangreiche Dokumentation zu dem Programm und den verschiedenen Objekten (auf Englisch).

Aktivitäten

- *Torusknoten in 3D*: Die Raumkurven eignen sich besonders gut für eine 3D-Ansicht. Wähle dafür »Galerie - Raumkurven« und den »Torus-Knoten«. Du siehst eine Kurve, deren Form im Raum nicht leicht zu erkennen ist. Wähle dann »Aktionen — Dicke Kurve« und »Ansicht — Anaglyph« und setze die 3D-Brille auf. Wenn du den Knoten jetzt mit der Maus drehst oder anschiebst, dann kannst du die Kurve besser erkennen. Probiere auch »Aktionen – Zeige Torus als Punktwolke« und »Animation – Verformen«.







Oben: »Mollweide«-Projektion.
Unten: »Azimuthal Equidistant«- und »Gnomonic«-Projektion

Karten der Erde

Dieses Programm beschäftigt sich mit der Kartographie und Geometrie der Erdkugel. Wie schon der Mathematiker Carl Friedrich Gauß bewiesen hat, sind die geometrischen Eigenschaften der Kugeloberfläche und der Ebene grundlegend verschieden: es ist nicht möglich, die Erdoberfläche ohne Verzerrungen auf eine ebene Weltkarte abzubilden (zu projizieren).

Das Programm bietet die Möglichkeit, diese Verzerrungen anhand von sechs verschiedenen Projektionen zu untersuchen und zu vergleichen. Es ist Teil eines größeren Exponats mit Postern, einem Globus, Linealen und verschiedenen Aktivitäten.

Im oberen Bereich kann man zwischen den einzelnen Projektionen umschalten. Bewegt man die Maus über die Karte, wird an jedem Punkt die sogenannte Verzerrungsellipse angezeigt, das Bild eines Kreises mit vorgegebenem Radius unter der jeweiligen Projektion. Eine rote Färbung der Ellipse signalisiert starke Verzerrung, eine grüne Färbung bedeutet, dass es kaum Abweichungen vom ursprünglichen Kreis gibt. Durch Klicken wird die Ellipse fixiert; so kann man verschiedene Karten vergleichen.

Können wir die Verzerrung messen?

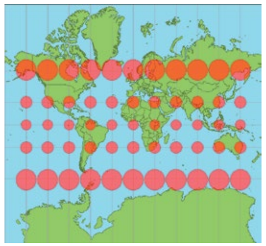
Die Welt sieht auf einer Weltkarte ganz anders aus als auf dem Globus. Manche Kontinente erscheinen kleiner, andere größer, auch ihre genaue Form unterscheidet sich. Woran liegt das? Mathematisch gesehen kommen die Unterschiede daher, dass der Globus krumm, die Weltkarten aber flach, also nicht krumm sind. Die Krümmung des Globus sorgt dafür, dass geometrische Gesetze, die wir aus der ebenen Geometrie kennen, nicht mehr richtig sind! Die Winkelsumme in Dreiecken auf dem Globus ist größer als 180 Grad, der Flächeninhalt eines Kreises vom Radius r ist kleiner als $\pi \cdot r^2$ usw.

Es ist daher nicht möglich, ein Dreieck auf dem Globus eins zu eins in der Ebene abzubilden. Wann immer man es versucht, muss man die Abstände der Ecken oder die Winkel im Dreieck verzerren (oder beides). Versucht man, einen Kreis auf dem Globus eins zu eins in der Ebene abzubilden, muss man ebenfalls den Abstand der Kreislinie zum Mittelpunkt verzerren oder den Flächeninhalt verändern (oder beides).

Für die Kartographie bedeutet dies, dass es keine perfekten Karten geben kann: Die Erdoberfläche kann niemals ganz ohne Verzerrung auf einer Karte abgebildet werden. Man muss beim Anfertigen einer Karte immer entscheiden, wie man projiziert, also wie man die Verhältnisse auf der Erde auf der Karte abbildet. Im Laufe der Zeit wurden verschiedene Projektionen entwickelt, die Abstände und Winkel auf unterschiedliche Art und Weise verzerren. Um die Verzerrung einer Projektion an einem Punkt auf der Erde zu messen, betrachtet man einen kleinen Kreis mit festem Radius um diesen Punkt und schaut sich das Bild des Kreises auf der mit der Projektion erzeugten Karte an. Dieses Bild nennt man die Verzerrungsellipse oder Tissotsche Indikatrix. Je stärker sich die Verzerrungsellipse vom ursprünglichen Kreis unterscheidet, umso stärker verzerrt die Projektion an diesem Punkt.

An den Verzerrungsellipsen kann man die Eigenschaften einer Projektion ablesen:

× Ist die Projektion winkeltreu, so sind alle Verzerrungsellipsen Kreise.
× Ist die Projektion flächentreu, so haben alle Verzerrungsellipsen den gleichen Flächeninhalt.
× Ist die Projektion längentreu, so haben die Verzerrungsellipsen in Richtung der Längentreue gleich große Halbachsen. Meist sind Projektionen nur entlang der Breitenkreise oder Meridiane längentreu.



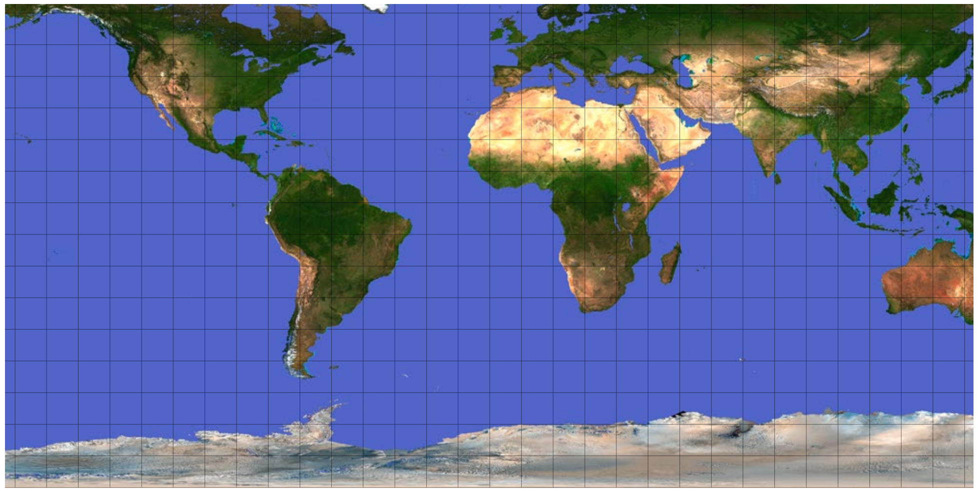
Beispiel: Verzerrungsellipsen der winkeltreuen Mercatorprojektion

Verweise

- Im Verzeichnis »Karten der Erde« auf der DVD findet ihr weitere Informationen zu den verschiedenen Projektionen und Hinweise auf zusätzliche Aktivitäten. Außerdem gibt es Poster von den verschiedenen Karten zum Ausdrucken.
- Der Film »Dimensions« zeigt eine Einführung in die stereographische Projektion der Kugel auf eine Ebene und ist eine gute Ergänzung (Kapitel 1 des Films).
- Dieses Exponat und die nächsten beiden hier im Buch sind Gewinner des Wettbewerbs »Mathematik des Planeten Erde«. Mehr zu dieser Initiative findet ihr unter www.mpe2013.org.
- Buchtipp: »Anschauliche Geometrie« von David Hilbert und Stephan Cohn-Vossen, Springer (2. Aufl. 1996, auch als eBook)

Aktivitäten

- *Größenvergleich*: Vergleiche Flächeninhalt und Umfang der einzelnen Kontinente auf den verschiedenen Karten. Was fällt dir auf?
- *Globus*: Wenn du einen Globus zur Verfügung hast, kannst du die verschiedenen Karten mit dem »Original« vergleichen.
- *Projektionen*: Welche der vorgestellten Projektionen sind winkeltreu/flächentreu/längentreu?
- *Projektionen und Programmierung*: Ihr findet auf der DVD auch das Buch »An Album of Map Projections« mit über 100 weiteren Projektionen, die man auch noch im Programm ergänzen könnte. Vielleicht ein Mathematik-Informatik-Projekt für euch? Den Quellcode von »Karten der Erde«, ein python-Programm, findet ihr unter »Github Repository« hier: www.imaginary.org/program/the-sphere-of-the-earth



Die »Plate Carée«-Projektion

Dune Ash

Am 21. Mai 2011 brach gegen 5:30 Uhr der Vulkan Grimsvötn auf Island aus. Die entstandene Aschewolke verursachte die Schließung des Luftraums in Skandinavien und Schottland und beinträchtigte den Luftraum in ganz Europa.

Das Programm Dune Ash simuliert die Ausbreitung einer Aschewolke durch Windverhältnisse, wie sie von den Benutzerinnen und Benutzern im Programm vorgegeben werden. So lässt sich gut beobachten, wie sich die Asche vom Moment des Vulkanausbruchs an über Europa verteilt. Die Berechnungen werden in Echtzeit durchgeführt. Das kann auch auf leistungsstarken Computern etwas dauern.

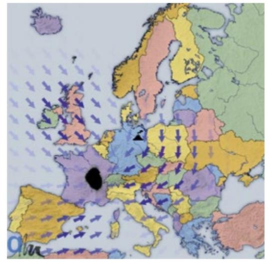
Vulkanausbruch: vom Windfeld zur Aschewolke

Wie kann man die Verbreitung von Aschewolken mathematisch simulieren?

Mathematisch wird der Transportprozess der Aschepartikel durch eine partielle Differentialgleichung beschrieben, die das Programm Dune Ash numerisch löst. Nach dem Programmstart wählt ihr zunächst die Ausbruchsstelle des Vulkans. Mit dem Pfeilknopf bewegt ihr euch durch die weiteren Programmschritte.

Skizziert das vorherrschende Windfeld, indem ihr auf dem Bildschirm Linien einzeichnet. Hierdurch wird die Hauptwindrichtung festgelegt. Die Windgeschwindigkeit ergibt sich aus der »Malgeschwindigkeit«. Basierend auf den gezeichneten Linien wird ein Windfeld über ganz Europa berechnet und angezeigt. Die blauen Pfeile vermitteln einen Eindruck der Windgeschwindigkeiten: eine helle Färbung steht für niedrige Geschwindigkeit, eine dunkle Färbung für hohe Geschwindigkeit. Für die Dauer der Simulation bleibt das Windfeld konstant, ändert sich also nicht im Laufe der Zeit, wie es in der Realität passieren würde.

Die Verteilung der Asche wird zusätzlich durch sogenannte Diffusion bestimmt. Wie stark deren Einfluss in der Simulation sein soll, legt ihr im nächsten Schritt über einen Schieberegler fest.



Berliner Vulkan mit Aschewolke in Frankreich

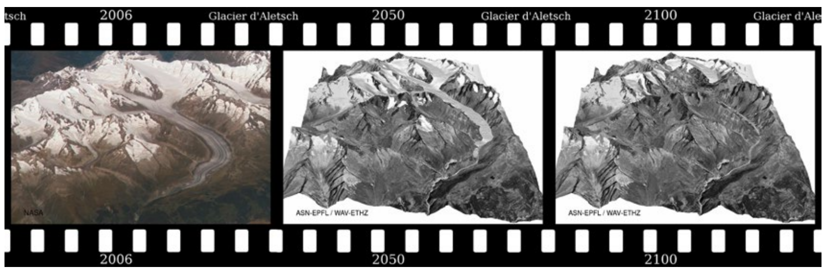
Anschließend berechnet das Programm die Lösung der partiellen Differentialgleichung in Echtzeit. Die räumliche und zeitliche Verteilung der Asche wird auf dem Bildschirm angezeigt. Mit dem Schieberegler unten rechts lässt sich die Lösung zu verschiedenen Zeiten anzeigen. Mit »Start/Pause« kann die Animation unterbrochen werden, »Stopp« beendet die Simulation. Ist die Lösung einmal berechnet, lassen sich das Geschwindigkeitsfeld in verschiedenen Auflösungen und das zur Berechnung verwendete Gitter anzeigen.

Verweise

- Dune Ash verwendet das modulare Programmpaket »Dune« zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen (www.dune-project.org).

Aktivitäten

- *Aschewolke aus Island*: Versuche eine Karte zu der Aschewolke 2011 zu finden und sie mit Dune Ash nachzustellen. Gibt es Unterschiede zwischen Modell und Realität?
- *Versuchsreihe*: Experimentiere mit verschiedenen Windfeldern und Parametern. Wann löst sich die Aschewolke nach gegebener Zeit auf und wann sammelt sie sich konzentriert an einem Ort an?



Die Zukunft der Gletscher

Wie sagt man die Entwicklung von Gletschern voraus?

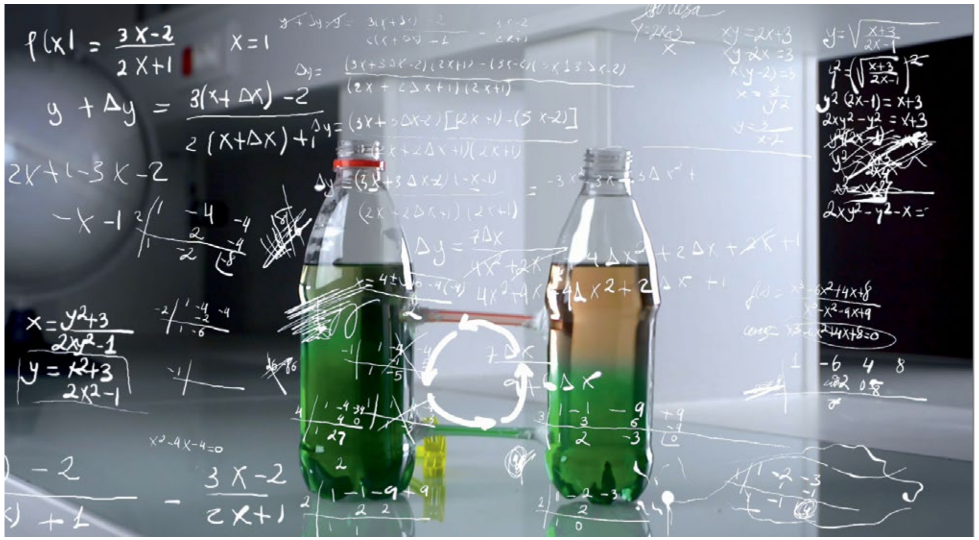
Die Alpengletscher schrumpfen seit mehr als einem Jahrhundert. Man erwartet, dass dieser Trend anhält, solange die globale Erwärmung fortschreitet. Dieser Film zeigt, wie Mathematikerinnen und Mathematiker mit Gletscherforscherinnen und Gletscherforschern zusammenarbeiten, um realistische Vorhersagen über die zukünftige Entwicklung von Gletschern zu treffen.

Am Ende des Films könnt ihr selbst ein Klimaszenario für das 21. Jahrhundert auswählen und die Zukunft des in der Schweiz liegenden Aletschgletschers simulieren. Die möglichen Szenarien sind ein Anstieg der Temperatur um 2°C oder um 4°C oder eine neue Eiszeit.

Dauer: 5:00 min.
Sprachen: Deutsch, Englisch, Französisch

Aktivitäten

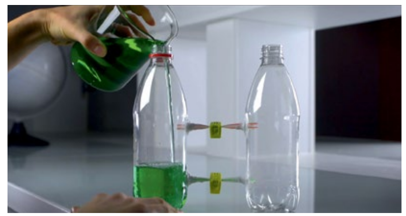
Eisschmelze: Könnt ihr berechnen, um wieviel Meter der Meeresspiegel steigen würde, wenn das gesamte Eis der Antarktis schmilzt? Info: Das Antarktis-Eis breitet sich über ca. 14 Millionen km^2 aus und ist im Durchschnitt ca. 2 km dick. Die Erde kann als eine Kugel mit 6371 km Radius betrachtet werden, 70% mit Ozeanen gefüllt. Wasser ist dichter als Eis: 1 m^3 Eis entspricht 0.9 m^3 Wasser.



Flaschen und Ozeanographie

Wie entstehen eigentlich die Meeresströmungen in unseren Ozeanen?

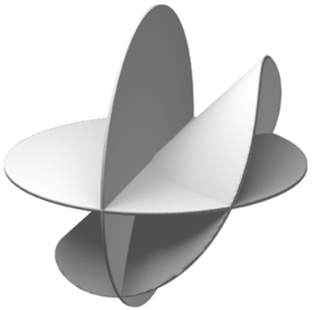
Ein Grund dafür sind Dichteunterschiede zwischen warmen und kalten Wassermassen. Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler verwenden Mathematik und Computer, um diese Prozesse präzise zu simulieren. Das zu Grunde liegende Konzept kann man aber auch mit einem einfachen Experiment nachvollziehen, das sich leicht zu Hause durchführen lässt. Dazu braucht man nur zwei Plastikflaschen, Strohhalme und etwas farbigen Fruchtsirup …

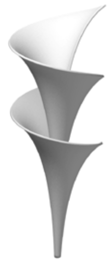


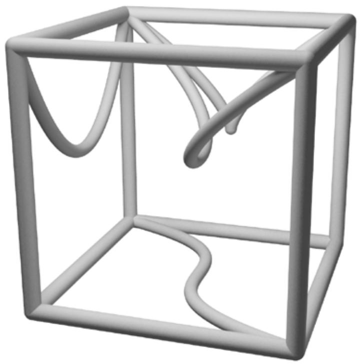
Dauer: 4:56 min.
Sprachen: Deutsch, Englisch, Französisch

Aktivitäten

- *Experimente*: Versuche das Experiment wie im Film erklärt selbst durchzuführen. Experimentiere auch mit anderen Faktoren, die einen Einfluss auf die Dichte des Wassers haben könnten.



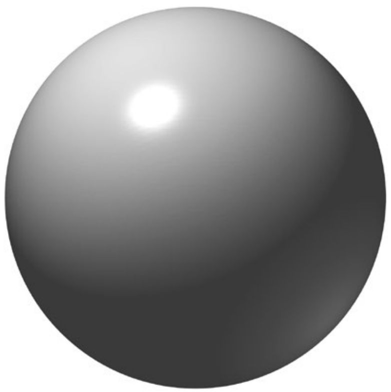




Die Skulpturen

3D-Druck

Die neue Technologie des 3D-Drucks ist in aller Munde – nicht nur für den Bau von Prototypen in der Industrie, sondern auch im Bereich Kunst und Design für zu Hause. Für die Erstellung der Druckdaten benötigt man einiges an Mathematik.



Verweise

- Mit dem freien Programm Meshlab (meshlab.sourceforge.net) kann man die 3D-Daten der Skulpturen öffnen und auch eigene Daten erzeugen.
- Weitere 3D-Daten findet ihr unter imaginary.org/physical-exhibits
- Im Internet gibt es online 3D-Druckshops, z. B. www.trinckle.com, die uns auch beim Druck der Entdeckerbox-Skulpturen unterstützen. Auf der Webseite www.MO-Labs.com des Skulpturenautors findet ihr weitere Modelle.

Aktivitäten

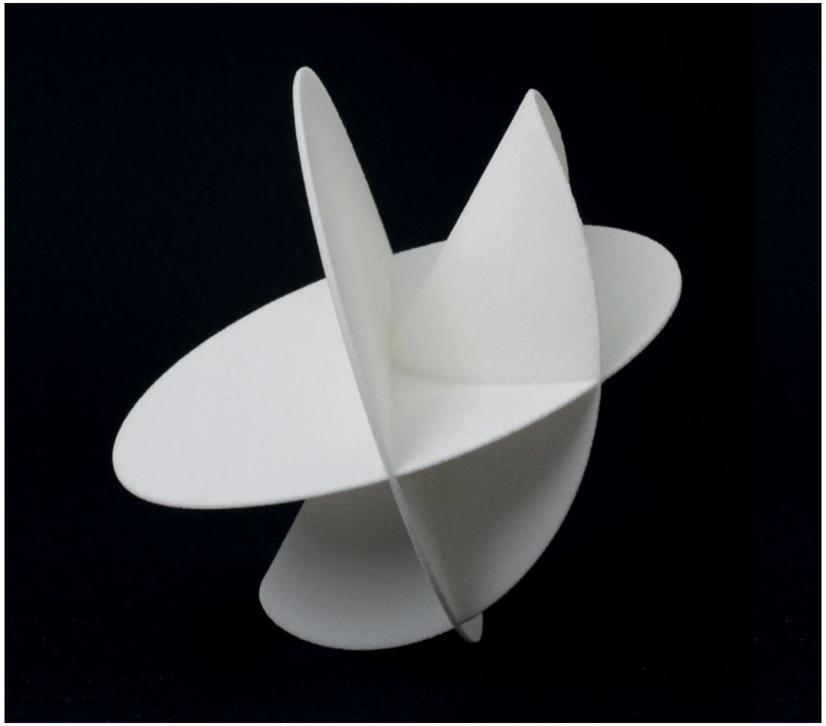
- *Eigene Skulptur*: Versuche alleine oder in einem Team eine eigene mathematische 3D-Skulptur zu entwerfen und zu drucken.

3D-Drucker bauen Modelle meist schichtweise von unten nach oben auf, je nach Technik allerdings auf sehr unterschiedliche Weise. Beim so genannten Laser-Sintering funktioniert es folgendermaßen: Auf einer rechteckigen ebenen Platte verteilt die Maschine erst eine sehr dünne Schicht (z. B. 0.1mm dünn) eines speziellen Plastik-Pulvers. Ein Laser verschmilzt dann jeweils die Stellen, an denen später das fertige Objekt stehen soll. Dann wird die Arbeitsplatte um 0.1mm gesenkt und über der ganzen rechteckigen Platte eine weitere Schicht Pulver verteilt. Wieder werden anschließend die Kügelchen, die später das Objekt bilden sollen, von dem Laser geschmolzen, so dass sie sich mit ihren Nachbarkügelchen und den Kügelchen der darunter liegenden Schicht verbinden. So geht es immer weiter – oft einige Stunden lang – bis schließlich das ganze Objekt fertig gestellt ist. Abschließend werden die nicht verschmolzenen Kügelchen abgesaugt. Eine geschlossene aber innen hohle Kugel ist mit diesem Prozess also beispielsweise nicht realisierbar, weil die Kügelchen im Inneren der Kugel nicht abgesaugt werden können.

Doch leider verstehen 3D-Drucker noch keine Mathematik! Wie wird also die mathematische Beschreibung in eine für den 3D-Drucker verständliche Sprache übersetzt? 3D-Drucker können nur Objekte produzieren, die durch (meist kleine) Dreiecke umschlossen werden. Diese Beschreibung der Objekte hat sich als Standard herausgebildet. Möchte man also eine große Kugel 3D-drucken, so muss man dem 3D-Drucker eine sehr lange Liste von winzigen kleinen Dreiecken geben, die dann insgesamt einer Kugel ähnlich sehen. Sind die Dreiecke klein genug, fällt nach dem 3D-Druck der Unterschied zu einer echten Kugel nicht auf. Viele mathematische Objekte sind außerdem unendlich groß (wie etwa eine Ebene). Um sie als Skulptur darzustellen, wird nur ein kleiner Bereich gezeigt, beispielsweise nur der Teil innerhalb einer Kugel. Eine Ebene wird dann als Kreisfläche dargestellt.

So ähnlich kann man das auch für kompliziertere mathematische Objekte umsetzen. Allerdings muss man, damit das Objekt nicht an fragilen Stellen auseinanderfällt, es ein wenig aufdicken; die Barth-Sextik (siehe Seite 42) ist ein solches Beispiel. Eigentlich weist sie viele Bereiche auf, in denen sich Flächenteile nur in einem einzigen Punkt treffen. Diese Stellen müssen für die Produktion als 3D-Druck-Modell angepasst werden.

Tülle



3D-Druck der »Tülle«, einer algebraischen Fläche, die durch $y \cdot z \cdot (x^2+y-z) = 0$ gegeben ist

Parabeln in 3D

Parabeln gibt es nicht nur in der Schulstunde – ihre 3D-Verwandten sind für unser modernes Leben äußerst wichtig, und können sogar ästhetisch aussehen, wie die Tülle zeigt.

Manche Flächen im Raum lassen sich durch eine einzige Gleichung in drei Unbekannten x,y,z beschreiben; und einige davon sogar durch relativ einfache, nämlich solche, in denen nur Zahlen und +,-,· vorkommen, z. B.: $x \cdot y \cdot z = 2 \cdot z \cdot z$, kurz: $xyz = 2z^2$. Eine Fläche, deren Punkte (x,y,z) eine solche Gleichung erfüllen, heißt algebraische Fläche. Die größte Anzahl der Unbekannten, die hierbei in einem Produkt auftauchen, heißt Grad der Fläche, also im Beispiel 3, weil $x \cdot y \cdot z$ und $2 \cdot z \cdot z$ die einzigen Produkte sind.

Die Punkte der Fläche, die der Wiener Professor Herwig Hauser Tülle benannt hat, erfüllen die Gleichung $y \cdot z \cdot (x^2+y-z) = 0$, d.h. ausmultipliziert: $y \cdot z \cdot x \cdot x + y \cdot y \cdot z - y \cdot z \cdot z = 0$. Sie hat also Grad 4. An der ursprünglichen Gleichung sieht man, dass zwei ganze Ebenen Teil der Fläche sind, und zwar die Ebenen $y = 0$ und $z = 0$ (also alle Punkte (x,y,z) des Raumes, deren y-Koordinate bzw. z-Koordinate 0 ist). Setzen wir nämlich zum Beispiel die Koordinaten (7,0,3) in die Gleichung ein, ergibt sich $0 \cdot 3 \cdot (7^2+0-3) = 0$, ohne dass wir lange rechnen müssten. Genauso kann man nachprüfen, dass alle Punkte der Parabel $y = -x^2+1$ mit $z = 1$ die Gleichung erfüllen: $(-x^2+1) \cdot 1 \cdot (x^2-x^2+1-1) = 0$ für jeden Wert von x. Ähnlich geht dies für jeden festen Wert von z, beispielsweise $z = k$ und $y = -x^2+k$. Auf der Tülle liegen also unendlich viele Parabeln!

Lässt man in der ursprünglichen Gleichung die beiden Faktoren y und z weg, ergibt sich die Gleichung $x^2+y-z = 0$. Genauso wie eben kann man nachprüfen, dass diese Oberfläche aus unendlich vielen nebeneinander liegenden Parabeln besteht. Solche sogenannten Parabelrinnen werden in der Wüste verwendet, um Strom zu gewinnen: Jede der Parabeln besitzt einen Brennpunkt, in dem sich die nahezu parallel einfallenden Sonnenstrahlen treffen, wenn die Rinne richtig zur Sonne ausgerichtet ist. Ein dort platzierter Behälter mit Flüssigkeit wird dann so heiß, dass man damit Energie gewinnen kann.

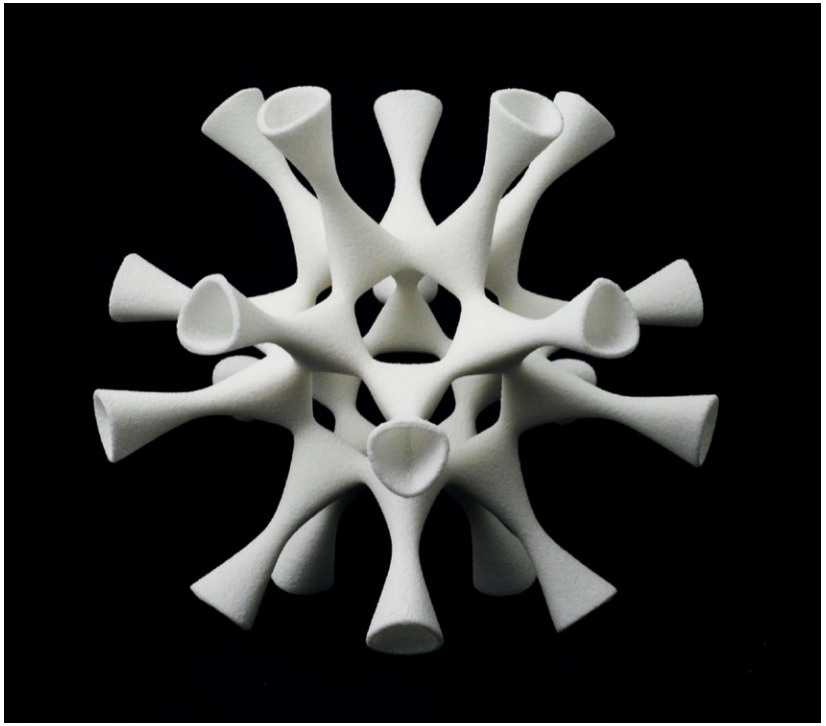
Verweise

- Programm SURFER und darin die Galerie »Phantasieflächen« (über den Start-Knopf aufrufen)

Aktivitäten

- *Eigene Phantasieflächen*: Denkt euch einen kreativen Titel aus und versucht eine passende Figur im SURFER zu bauen.

Die Barth-Sextik



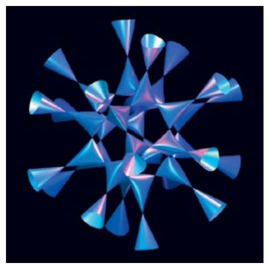
Ein ewiger Weltrekord

Auch in der Mathematik gibt es Weltrekorde und die Barth-Sextik, entdeckt um 1996 vom Erlanger Professor Wolf Barth, stellt einen solchen dar. Das Besondere daran: Andere Mathematiker konnten beweisen, dass Barth dieser Weltrekord nie mehr abgenommen werden kann!

In den meisten Punkten sehen algebraische Flächen glatt aus, wie zum Beispiel eine Kugeloberfläche. An manchen Stellen können aber auch Singularitäten auftreten, entweder isolierte Singularitäten, auch Spitzen genannt, oder Kurven von Singularitäten wie bei Selbstdurchdringungen. Erstaunlicherweise können es nur ziemlich wenige Spitzen sein, speziell wenn der Grad der Fläche klein ist. Für Grad 2 kann es beispielsweise nur eine einzige Spitze geben. Für Grad 6 (daher Sextik) dachten Mathematikerinnen und Mathematiker lange, dass 64 die höchstmögliche Anzahl sei, bis Barth eine Gleichung erdachte, die eine Fläche mit 65 isolierten Singularitäten beschreibt. Bereits kurz danach waren die Mathematiker David Jaffe und Daniel Ruberman in der Lage, auf recht abstrakte Weise nachzuweisen, dass es auf einer Fläche vom Grad 6 auch nicht mehr Spitzen geben kann. Dies war also tatsächlich der Beweis dafür, dass die Barth-Sextik einen ewigen Weltrekord darstellt.

Verweise

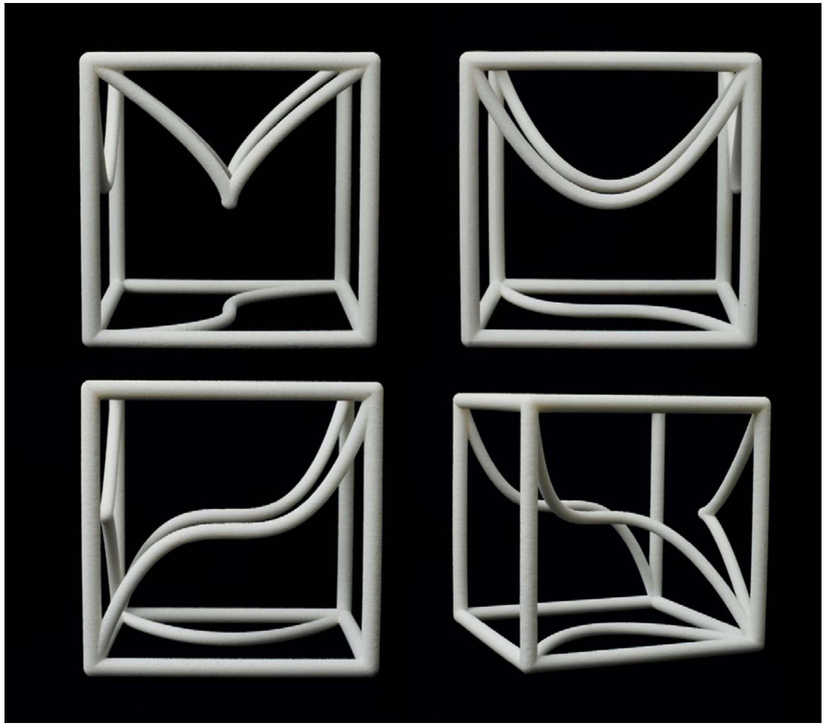
- Programm SURFER und darin die Galerie »Weltrekordflächen« (über den Start-Knopf aufrufen)
- Programm 3D-XplorMath
- Artikel »Weltrekord-Flächen« von Oliver Labs auf der DVD, im Verzeichnis des Programms SURFER



Aktivitäten

- *Barth-Sextik anpassen*: Im Programm SURFER gibt es eine Galerie mit vielen Weltrekordflächen, in der du auch die Sextik von Barth findest. Du kannst hier einfach einen Parameter in der Gleichung ändern und beobachten, was passiert.
- *Neuer Weltrekord*: Die Septik von Labs, eine Fläche vom Grad 7, ist eine Fläche, die man sogar noch schlagen kann! Es ist noch nicht bewiesen, dass ihre 99 Singularitäten die maximal mögliche Anzahl für Septiken sind.
- *Barh-Sextik mit 3D-Brille*: Mit dem Programm 3D-XplorMath kannst du über »Flächen / Implizite Flächen« die Barth-Sextik in 3D und auch als Punktwolke darstellen.

Raumkurven



 3D-Druck mit Raumkurven in einem Würfel

... und deren Schatten

Schatten faszinieren uns schon seit unserer Kindheit. Sie werden länger und kürzer, je nach Lichteinfall, und sie können ungeahnte Formen hervorrufen. Mit unseren Händen können wir sogar ganze Schattenspiele auf eine Wand werfen.

Welche Formen können wir erhalten, wenn wir einen Draht formen und dessen Schatten beobachten, ohne den Draht zu verknoten und ohne Knicke in den Draht zu biegen; wenn wir also, mathematisch gesprochen, eine glatte Raumkurve auf eine Ebene projizieren? Wenn wir den Draht richtig halten, schaffen wir es recht leicht, den Schatten so aussehen zu lassen, als wäre der Draht eigentlich eine Schlaufe.

Aber es geht sogar noch spezieller! Unser Modell zeigt eine glatte Raumkurve und deren Projektionen in drei Ebenen: Eine ist eine Parabel, eine weitere der Graph einer Funktion vom Grad 3 und die dritte ist eine Kurve mit einer Spitze. Schaffst du es, einen glatten Draht so zu halten, dass sich eine solche Spitze als Schatten zeigt?

Die Raumkurve, die sich innerhalb des Würfels des Modells windet, kann man am einfachsten mathematisch beschreiben, indem man für alle Punkte der Kurve ihre Koordinaten im Raum angibt. Diese erhält man, indem man in die folgende Formel Werte von t einsetzt: $(x,y,z) = (t, t^2, t^3)$. Nehmen wir beispielsweise $t = 2$, so erhalten wir den Punkt $(2,2^2,2^3) = (2,4,8)$; dieser Punkt liegt also auf der Raumkurve. Eine solche Beschreibung einer Kurve über die Koordinaten der Punkte, die von einem Parameter – hier t – abhängen, nennt man Parameter-Darstellung.

Wenn wir nun die Sonne senkrecht auf die Ebene $z = 0$ scheinen lassen, sehen wir dort den Schatten der Kurve als Punkte $(x,y,z) = (t,t^2,0)$. Und dies ist tatsächlich eine Parabel, denn es gilt $y = x^2$, weil $x = t$ und $y = t^2$ ist. Genauso ergeben sich die Gleichungen der anderen Schatten auf den Koordinaten-Ebenen. Für $y = 0$ erhalten wir $(x,y,z) = (t,0,t^3)$, also $x = z^3$ und für $x = 0$ die Gleichung: $(x,y,z) = (0,t^2,t^3)$, d.h. $z^2 = y^3$ bzw. $z = \pm\sqrt{y^3}$.

Verweise

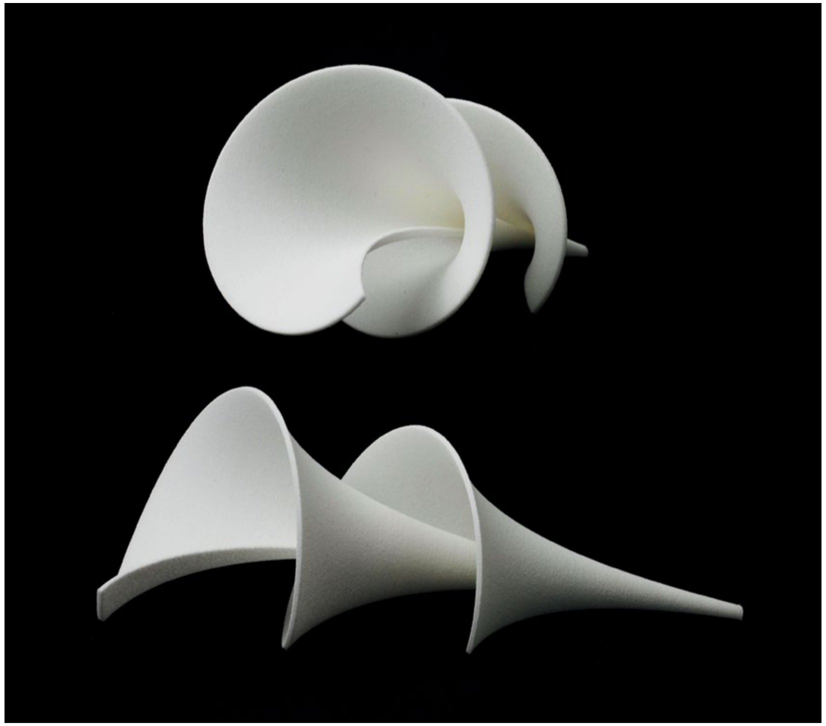
Artikel »Die Auflösung von Singularitäten« von Herwig Hauser auf der DVD, im Verzeichnis des Programms SURFER

Aktivitäten

Schattenspiel: Nimm einen Draht und biege ihn so, dass nur im Schatten Spitzen (Singularitäten) auftreten, der Draht aber »glatt«, also ohne Knicke, ist.

Skulptur

Die Dini-Fläche



Eine unendliche Blume

Jede Form, die in unserer Welt existiert, kann man prinzipiell näherungsweise durch mathematische Formeln beschreiben – auch wenn dies in der Praxis oft schwierig bis unmöglich ist. Umgekehrt ist es aber leicht, abstrakte mathematische Gebilde zu konstruieren, die in der Natur nicht existieren können, z. B. weil sie unendlich groß oder unendlich klein sind oder sich unendlich oft winden. Einige Formen der Natur zeigen faszinierende Symmetrien oder Spiralen, doch häufig nur ungefähr. Mathematisch beschriebene abstrakte Objekte können dies in Perfektion aufweisen.

Die Dini-Fläche ist ein besonderes Beispiel dieser Art: Sie windet sich in unendlich vielen Spiralen um eine unendlich lange Gerade, wobei ihre so genannte Gaußsche Krümmung K in jedem Punkt der Fläche gleich ist. Alle Punkte der Dini-Fläche erhält man, indem man in die folgende Formel Werte für s und für t einsetzt: $(x,y,z) = (\cos(s)\sin(t), \sin(s)\sin(t), \cos(t)+\ln(\tan(t/2))+s)$. Eine solche Beschreibung einer Fläche nennt man Parameter-Darstellung. Die Windungen der Fläche kann man an dieser Parameter-Darstellung erkennen, wenn man z. B. einen der beiden Parameter s und t festhält. Beispielsweise erhält man für einen festen Wert von t im Wesentlichen die Kurve $(\cos(s), \sin(s), s)$, was eine unendliche Spirale um die z-Achse definiert, die von oben gesehen genau ein Kreis ist.

Die Blumenform ergibt sich auf natürliche Weise, indem man sowohl für den Parameter s als auch für t nur einen kleinen endlichen Ausschnitt zeigt, etwa $s = 0,\ldots,\pi$ und $t = 0.02,\ldots,1$.

Verweise

- Programm 3D-XplorMath: Du findest die Dini-Fläche im Menü »Galerie« unter »Flächen / Pseudosphärische Flächen« und dann im Menü »Pseudosphärische Flächen« unter Dini-Fläche.

Aktivitäten

- Du kannst die Dini-Fläche im Programm 3D-XplorMath auch mit der 3D-Brille betrachten und unter »Einstellungen« und »Parameter einstellen« die Fläche anpassen.
- Findest du noch andere unendlich große Flächen mit besonderen Krümmungseigenschaften? Eine ist z. B. die Schwarz'sche Fläche.

Weitere Inhalte

Poster, Postkarten, Katalog, Bastelbögen, DVD etc.

Unter »Weitere Inhalte« findet ihr in der Entdeckerbox das IMAGINARY-Postkartenset, die IMAGINARY-Poster, den IMAGINARY-Katalog und die SURFER-Anleitung. Expertentricks werden vorgestellt und die SURFER-Ausstellungsführung hilft euch das Programm SURFER besser zu verstehen und zu erklären. Es gibt Bastelbögen für algebraische Flächen und ein Buch mit Denkaufgaben. Mit dabei ist außerdem eine DVD mit zwei Filmen.

Auch hier gilt die freie Lizenz für nicht-kommerzielle Zwecke, d.h. ihr seid eingeladen, alles weiterzugeben, weiterzuschicken und zu kopieren. Ihr findet die digitalen Daten zu den Inhalten im Datenverzeichnis der DVD, auf dem USB-Stick oder auf der Webseite zur Entdeckerbox www.imaginary.org/entdeckerbox.

Die IMAGINARY-Bilder

Der IMAGINARY-Ausstellungskatalog präsentiert auf 126 Seiten alle Bilder und Erklärungstexte der Ausstellung »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik«. Der Katalog ist zweisprachig (Deutsch - Englisch). Im Katalog werden die Künstler und das jeweilige mathematische Fachgebiet mit einer Kurzbiographie und einer Einleitung vorgestellt, gefolgt von den schönen Bildern der Ausstellung.

Eine Auswahl der Bilder findet ihr auch auf den IMAGINARY-Postern wieder, die zur Dekoration für zu Hause, das Büro, die Schule oder auch für kleine Ausstellungen verwendet werden können. Fünf Motive gibt es auch im Postkartenformat, zum Verschicken oder Aufhängen.

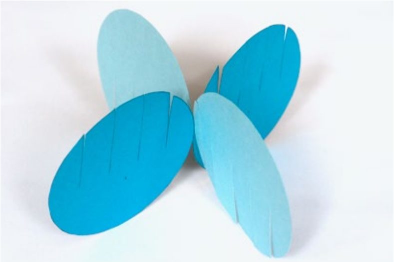
Hinweis: der IMAGINARY-Katalog und das IMAGINARY-Posterset werden vom MFO gesponsert und stehen als Beilage nur zur Verfügung, solange der Vorrat reicht.

Die SURFER-Beilagen

Speziell für das Programm SURFER haben wir die zusätzlichen Dokumente SURFER-Anleitung, SURFER-Expertentipps und SURFER-Ausstellungsführung vorbereitet. Die Anleitung ist eine bebilderte Einführung in die Verwendung des Programms, und kann auch gut als Informationstafel für Ausstellungen verwendet werden.

Die SURFER-Expertentipps sind besonders für alle angehenden Mathematik-Künstlerinnen und -Künstler geeignet, und erläutern, wie man Formeln, also polynomiale Gleichungen, so kombinieren kann, dass sie gewünschte Bilder wiedergeben. Sie sind die Geheimtipps für die algebraischen Flächenbastlerinnen und -bastler und beinhalten Infos zum Schneiden, Verschmelzen oder Verbinden von Flächen.

Für Ausstellungen, aber auch für die Schule oder um sich selbst schrittweise an SURFER heranzutasten, haben wir die Beilage SURFER-Ausstellungsführung vorbereitet. Hier wird gezeigt, wie eine typische SURFER-Führung aussehen könnte, um das Programm z. B. euren Freunden oder Ausstellungsbesucherinnen und -besuchern näher zu bringen – also eine Erklärung zum Weitererklären!



Figur »Dullo«: Man beginnt mit den beiden Innenteilen mit der Nummer 1 und ergänzt nacheinander die Teile 2 bis 5.

Bastelbögen von algebraischen Flächen

In der Entdeckerbox findet ihr zwei Sets von bunten Bastelbögen aus Papier: Mit diesen Bögen kann man die algebraischen Flächen (»Dullo« und »Süss«) nachbauen.
Für jede der beiden Flächen gibt es Teile in zwei verschiedenen Farben (A und B), die jeweils senkrecht ineinander gesteckt werden.

Anleitung

1. Schneide aus allen Bögen (Farbe A und Farbe B) die Formen entlang der Linie aus. Dabei die eingezeichneten Schlitze nicht vergessen! Hinweis: Die Innenteile von »Dullo« mit der Nummer 1 werden in der Mitte nicht auseinandergeschnitten.
2. Die einzelnen Teile werden nun mit Hilfe der Schlitze ineinander gesteckt. Dabei werden immer Teile der Farbe A rechtwinklig mit Teilen der Farbe B zusammengesteckt. Die aufgedruckten Zahlen geben die Reihenfolge (von innen nach außen) an.
3. Am Ende entsteht eine stabile Figur in Form der entsprechenden algebraischen Fläche.

Verweise

- Poster »Dullo« und »Süss«
- Programm SURFER
- Auf der DVD findet ihr im Verzeichnis »Bastelbögen« noch zwei weitere Figuren: »Zitrus« und »Zeck«

Aktivitäten

- *Kopiervorlage*: Die Bastelbögen aus der Box können auch als Kopiervorlage dienen und vervielfältigt werden. Dabei bietet sich buntes Papier mit einer dickeren Stärke an.
- *Schnitte im SURFER*: Die beiden Formen findest du auch in der Galerie des Programms SURFER. Kannst du durch Schneiden mit entsprechenden Ebenen die einzelnen Teile nachvollziehen?
- *Ausstellung*: Falls ihr eine Ausstellung macht, könnt ihr die Skulpturen zusammen mit den entsprechenden Postern zeigen.

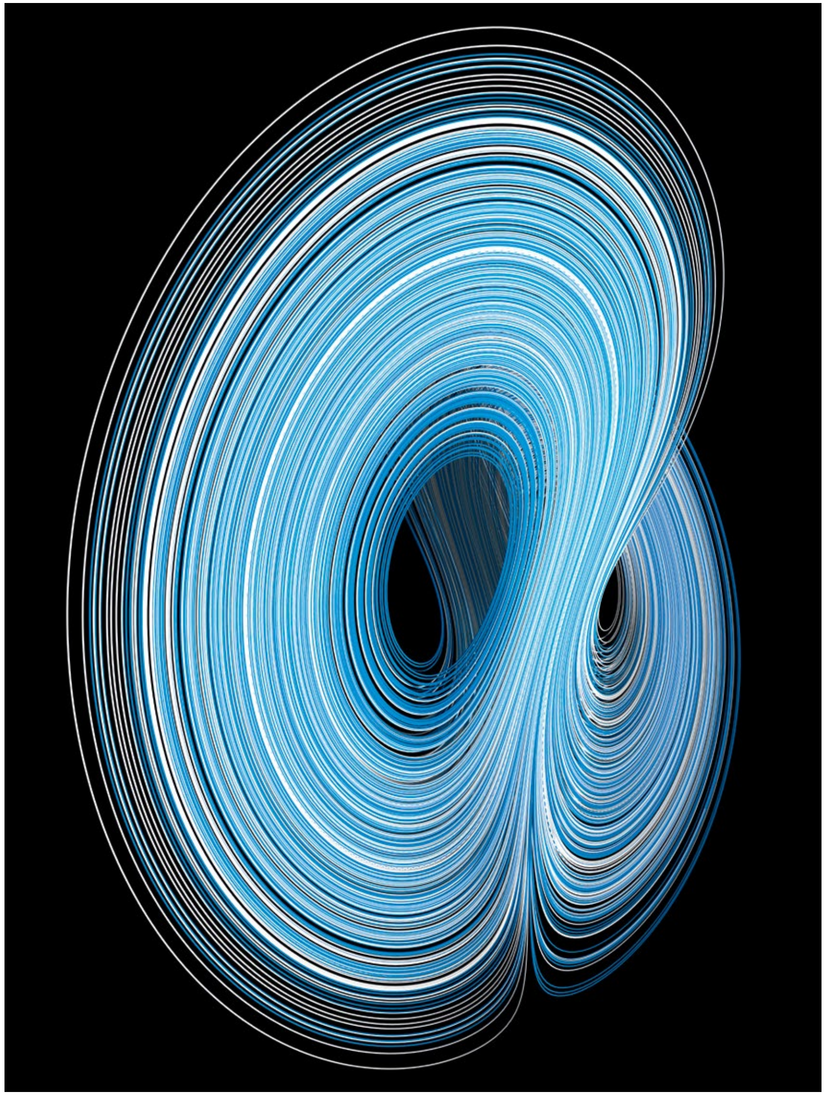
Prof. Wladimir Igorewitsch Arnold mit seiner Enkelin

Denkaufgaben für Kinder von 5 bis 15 (und älter)

Dieses Büchlein enthält 77 mathematische Rätsel für die Förderung und Entwicklung einer Kultur des Denkens. So beschreibt Wladimir Igorewitsch Arnold seine Sammlung an Denkaufgaben, die er selbst erfunden oder zusammengestellt hat. »Die meisten darunter erfordern keine besonderen Kenntnisse, aber manche könnten auch Universitätsprofessorinnen oder -professoren herausfordern.« Die Aufgaben richten sich an Schülerinnen und Schüler, an Studentinnen und Studenten, an Lehrerinnen und Lehrer und an Eltern aller Altersstufen, auch wenn der Autor ein Alter von 5 bis 15 angibt. Arnold war ein russischer Mathematiker. Er lebte von 1937 bis 2010 und war einer der bekanntesten Mathematiker seiner Zeit!

Aktivitäten

- Versuche die Rätsel des Buchs zu lösen!
- Tipp: Wenn du nicht weiterkommst, dann probiere es gemeinsam mit Freunden und Mathematikinteressierten. Es hilft auch, deine Gedanken zum Problem hinzuschreiben. Das Suchen ist manchmal sogar spannender als das Finden der Lösung.
- Wir haben noch keine Sammlung mit allen Lösungen – wir möchten sie mit euch gemeinsam erstellen und z.B. auf der Webseite zur Entdeckerbox für alle anbieten!



Dimensionen und Chaos

Auf dieser Doppel-DVD befinden sich die beiden prämierten Filme »Dimensions« und »Chaos«. »Dimensions – ein mathematischer Spaziergang« entführt euch in neun Kapiteln und zwei Stunden in die vierte Dimension. Berühmte Persönlichkeiten wie Hipparchus, M. C. Escher, Ludwig Schläfli, Adrien Douady, Heinz Hopf und Bernhard Riemann begleiten euch durch dieses Abenteuer. »Chaos« ist der neue Film der Dimensions-Macher über dynamische Systeme, den Schmetterlingseffekt und die Chaostheorie. In neun Kapiteln zu je 13 Minuten erlebt ihr einen Einblick in die Dynamik von Pendeln, Planetenbahnen und Spielzeugautos.

Verweise

- Webseiten: www.dimensions-math.org und www.chaos-math.org

Aktivitäten

- *Filme im Unterricht*: Die Filme sind in Kapitel eingeteilt und können sehr gut auch im Unterricht verwendet werden. Die einzelnen Teile können dann im Detail besprochen und nachbearbeitet werden.
- *Mathe-Film-Festival*: Die Filme können z. B. bei einem Filmabend zu Mathematik oder einem »Mathe-Film-Festival« gezeigt werden. Damit lockt man viele Leute an und kann sie für die Mathematik begeistern. Weitere Filme findet ihr unter www.imaginary.org/films

Oben: IMAGINARY-Ausstellung an der Leibniz Universität Hannover
Unten: SURFER-Film-Workshop der KinderUni Wien, IMAGINARY-Ausstellung am Otto-Hahn-Gymnasium in Saarbrücken und Vortrag zum Girls' Day an der TU Berlin

Wie organisiert man eine Mathematik-Ausstellung?

IMAGINARY begann als eine Wanderausstellung, die verschiedene Exponate, wie Bilder, Programme, Filme oder Skulpturen aus der Mathematik präsentierte. Schon bei der ersten Veranstaltung fragte eine Schule an, ob sie nicht Teile der Inhalte duplizieren könne – für eine eigene Mathematik-Ausstellung. Diese Frage führte zur Idee einer offenen Ausstellung, deren Inhalte frei verfügbar sind und von allen kopiert, verwendet und verändert werden dürfen – es entstand die heutige IMAGINARY-Plattform.

Wir beschreiben kurz die wichtigsten Zutaten, um eine eigene Mathematik-Ausstellung zu organisieren – von der Idee zur Planung, der Finanzierung, Umsetzung, Medienarbeit und Betreuung. Aus der Entdecker-Box selbst kann man schon eine wunderbare Ausstellung zaubern, es gibt aber noch viel mehr Möglichkeiten …

Von der Idee zur Ausstellung

Am Anfang einer Ausstellung ist die Idee – und es gibt zumindest eine Person, die dahinter steht. Im Idealfall seid ihr aber mehrere Leute und könnt euch beraten und die Verantwortung aufteilen. Die wichtigsten Aufgaben sind: Hauptkoordination und Sponsorensuche, Produktion der Inhalte, Organisation der Medienarbeit und die Betreuung während der Ausstellung.

Anlaß für eine Ausstellung kann ein Tag der offenen Tür, ein Science-Event oder ein Jubiläum sein. Die Inspiration könnt ihr euch über andere Ausstellungen oder Mathematikmuseen holen. Es ist aber schön und wichtig, auch eigene Ideen einzubringen. Einen Überblick über IMAGINARY-Ausstellungen mit Bildern findet ihr unter www.imaginary.org/events.

Der erste Schritt ist es, einen Ort und ein Datum für die Ausstellung zu finden. Diese benötigt man für die Planung und auch für die Sponsorensuche. Es gibt viele mögliche Ausstellungsorte: Schulen, Unis, Banken, Galerien, Museen, Kirchen, öffentliche Plätze oder Supermärkte. Der Ort bestimmt großteils auch das Publikum und die Atmosphäre der Ausstellung und sollte gut überlegt werden. Oft findet man hier schon den ersten Partner: die Institution, die den Ort bereitstellt.

Hat man den Ort gefunden, kann man die Ausstellung planen: die Größe, die Art der Exponate, die Anordnung, die Zielgruppe etc. Wir sprechen oft von vier Exponat-Typen: interaktive Exponate, wie ein Programm mit einem Touchscreen, Hands-on Exponate, wie ein Holzpuzzle oder ein Doppelpendel, Filme und Bilder. Auf der IMAGINARY-Webseite findet ihr im Menüpunkt »entdecken« (explore) diese Einteilung der Exponate und viele Beispiele, die ihr übernehmen könnt.

Bevor die Exponate gefertigt werden (gedruckt, gebaut, ausgeliehen, vorbereitet) könnt ihr ein Budget erstellen und Sponsoren suchen. Der finanzielle Rahmen ist flexibel – auch mit wenigen Mitteln kann man die Menschen für Mathematik begeistern.

Wenn das Budget geklärt ist, dann könnt ihr mit der Medienarbeit beginnen. Sie ist das Allerwichtigste neben den Exponaten der Ausstellung – denn ohne Ankündigung wird niemand die Ausstellung finden. Vorlagen für Flyer und Poster findet ihr auf der IMAGINARY-Plattform. Sie können einfach angepasst werden.

Die Exponate müssen nun erstellt und montiert werden. Tipp: Falls ihr Computer-Exponate verwendet, dann installiert alles rechtzeitig, um in Ruhe alles testen zu können. Ihr könnt auch die Entdeckerbox-DVD verwenden und ausgewählte Programme zeigen.

Während der Ausstellung ist es wichtig, sich um die Besucherinnen und Besucher zu kümmern, d.h. am besten mit Betreuerinnen und Betreuern vor Ort, die Spaß an den Exponaten haben und die Mathematik dahinter auch gut erklären können. Mathematik vermittelt man am besten durch persönliches Erklären.

Nach der Ausstellung ist es wichtig, sich bei allen zu bedanken, einen Bericht für die Partner und Sponsoren zu verfassen und auch zu überlegen, was mit den Exponaten passieren soll. Vielleicht kann man die Bilder permanent irgendwo als Galerie zeigen oder in einem lokalen Wissenschaftsmuseum anfragen, ob aus der Ausstellung eine Dauerausstellung wird?

Verweise

- Alle Exponate und Infos der Ausstellungen »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik« und »Mathematik des Planeten Erde« zum Download: imaginary.org/exhibitions
- Mit den Inhalten der Entdeckerbox kann man schon eine kleine Ausstellung organisieren, wenn man die Programme in eigenen Computerstationen zeigt.
- Die englische Anleitung »How to make an IMAGINARY exhibition« findet ihr auf der DVD oder auch im Bereich »think -> Background Material« auf der Webseite www.imaginary.org. Sie enthält mehr Tipps und Bilder für die Planung einer Ausstellung.

Aktivitäten

- *Minimaginary:* Für Ausstellungen an Schulen bieten wir ein Textilposterset zum Ausleihen an, das sind 8 Bilder die wir gegen Versandkosten verleihen. Bitte einfach unter info@imaginary.org melden.
- *Mathe-Museen*: Es gibt in Deutschland viele spannende Mathematik-Museen und Science-Center mit mathematischen Inhalten, z. B. das Mathematikum in Gießen, das ix-Quadrat in Garching, das MiMa in Oberwolfach, das Passauer Mathe-Museum, das Deutsche Museum in München, die Experiminta in Frankfurt, die Inspirata in Leipzig, das phaeno in Wolfsburg etc. Ein Besuch lohnt sich!

Das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach im Schwarzwald

Das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO) gilt in der Mathematik als eines der renommiertesten Institute seiner Art. Es wird jedes Jahr von etwa 2.500 Mathematikerinnen und Mathematikern aus aller Welt besucht, die es als Tagungs- und Forschungseinrichtung nutzen. Bei Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern ist es als eine Institution geschätzt, die durch den hohen internationalen Standard ihres Workshop- und Forschungsprogramms Maßstäbe gesetzt hat.

Das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach und das MiMa

Obwohl heutzutage die meisten neuen Ergebnisse in der Mathematik einfach über elektronische Medien vermittelt werden, kann der persönliche Kontakt zwischen den Forscherinnen und Forschern nicht ersetzt werden. Aufgrund des hohen Grades an Abstraktion in der Mathematik spielt der direkte Austausch von Ideen und die persönliche Kommunikation eine zentrale Rolle. Das Institut bringt internationale Koryphäen mit dem wissenschaftlichen Nachwuchs für eine kurze, intensive Zeit persönlich zusammen und bietet in abgeschiedener Atmosphäre ideale Bedingungen, um Forschungsaktivitäten durchzuführen, die die zukünftige Entwicklung des Gebietes beeinflussen und stimulieren sollen.

In den wissenschaftlichen Programmen des MFO wird die gesamte Breite der Mathematik einschließlich ihrer Anwendungen in Naturwissenschaften und Technik behandelt. Die Bedeutung moderner mathematischer Methoden für die heutige Gesellschaft wird oft unterschätzt, da diese meist nicht sichtbar hinter vielen technischen und gesellschaftlichen Anwendungen stehen.
Es ist erstaunlich, wie viel mathematisches Spezialwissen aus den Gebieten Zahlentheorie, Graphentheorie und Optimierung in solch alltäglichen Dingen wie Handy, Kreditkarte und PKW zur Anwendung kommt.

Das MFO ist auch Mitträger eines einzigartigen Museums: das Museum für Mineralien und Mathematik (MiMa) in Oberwolfach. Das MiMa lädt euch ein, einen Blick auf die Wunderwelt der Mathematik und Mineralien zu werfen. Es zeigt nicht nur einzigartige Schätze an Mineralien der Region oder kunstvolle Einblicke in die Welt der Mathematik, sondern gerade auch die spannende Verbindung zwischen den beiden Themen. Installationen zum Thema Symmetrie und Kristallographie lassen euch diese beiden Gebiete auf neue Weise verstehen.

Mehr Information: www.mfo.de
und www.mima.museum

Im Folgenden findet ihr eine Auflistung der Autorinnen und Autoren der IMAGINARY-Entdeckerbox 2013 und ihrer Inhalte.

Die Entdeckerbox ist Teil des Projekts IMAGINARY des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach, gefördert von der Klaus Tschira Stiftung.

Informationen zur Bestellung und zum Download der Box findet ihr hier:
www.imaginary.org/entdeckerbox

Idee und Konzept:
Andreas Daniel Matt
Susanne Schimpf

Entdeckerbox-DVD:
Christian Stussak

Texte, Bilder und Inhalte:
Oliver Labs, Andreas Daniel Matt, Susanne Schimpf, Autorinnen und Autoren der Programme und Filme

Danksagung:
Carla Cederbaum, Annette Disch, Gert-Martin Greuel, Ahmed Inan (DVD-Menü), Guillaume Jouvet, Anne Kahnt, Hermann Karcher, Simon Krohn, Christoph Knoth, Lea Renner, Daniel Weiss

Inhalte der Entdeckerbox
Kapitel 1: Die Entdeckerbox-DVD

Programm SURFER
Das Programm SURFER wurde für die Ausstellung »IMAGINARY – mit den Augen der Mathematik« entwickelt.

Leitung: Gert-Martin Greuel
Programmierung: Christian Stussak (Java-Renderer), Maik Urbannek (JavaFX), Henning Meyer (Version 2008)
Konzept, Koordination: Andreas Daniel Matt, Anna Hartkopf
Design: Christoph Knoth
Beratung, Galerien: Oliver Labs
Galerien: Herwig Hauser
Texte: Maria Alberich, Jordi Buendía, Capi Corrales, Anna Hartkopf, Herwig Hauser, Oliver Labs, Andreas Daniel Matt, Lara May, Anna Sabater and Emilio Sánchez

Lizenz:
Apache 2.0 (www.spdx.org/licenses/Apache-2.0)

Link:
www.imaginary.org/program/surfer

Programm Morenaments
Das Programm Morenaments wurde von Martin von Gagern entwickelt, Autor des Bildes ist Dmharvey (Wikimedia Commons).

Lizenz:
GPL-2.0 (www.spdx.org/licenses/GPL-2.0)

Links:
www.morenaments.de
www.science-to-touch.com/iOrnament
www.imaginary.org/program/morenaments

Programm Cinderella
Dieses Sammlung an Experimenten wurde von Jürgen Richter-Gebert entworfen und mit Cinderella programmiert. Cinderella ist ein Programm von Jürgen Richter-Gebert und Ulrich Kortenkamp.

Lizenz (Cinderella-Applets):
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Links:
www.cinderella.de
www.mathe-vital.de
www.imaginary.org/program/cinderella-applets

Programm 3D-XplorMath
3D-XplorMath wird vom 3DXM-Consortium, einer Gruppe von Mathematikerinnen und Mathematikern entwickelt (siehe www.3d-xplormath.org/consortium.html).

Programmautoren: Hermann Karcher, Richard Palais. Java-Version: David Eck

Lizenz:
frei für nicht-kommerzielle Verwendung

Links:
www.3d-xplormath.org
www.3d-xplormath.org/Movies/index.html
www.imaginary.org/program/3d-xplormath

Programm Karten der Erde
Das Programm wurde von Daniel Ramos des MMACA (Museu de Matemàtiques de Catalunya) entwickelt.

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Links:
www.mmaca.cat
www.imaginary.org/program/the-sphere-of-the-earth

Programm Dune Ash
Das Programm wurde am Mathematischen Institut der Universität Freiburg, Abteilung für Angewandte Mathematik, entwickelt.

Organisation: Dietmar Kröner, Martin Nolte, Theresa Strauch, Tobias Malkmus
Programmierung: M.Nolte, R. Klöfkorn, D. Nies, J. Gerstenberger, T. Malkmus, A. Pfeiffer
Bilder: San Jose (Wikimedia Commons), H. Thorburn (Wikimedia Commons), J. Gerstenberger

Lizenzen:
Software: GNU-GPL-2 (www.spdx.org/licenses/GPL-2.0)
Bilder und Daten:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Links:
www.dune-project.org
dune.mathematik.uni-freiburg.de/dune-ash
www.imaginary.org/program/dune-ash

Programm Die Zukunft der Gletscher
Der Film wurde am Institut für Mathematik, Freie Universität Berlin, erstellt. Unterstützung: Deutsche Forschungsgemeinschaft (Projekt KL 1806 5-1)

Filmautor: Guillaume Jouvet
Unterstützung: Chantal Landry, Antonia Mey
Gletschersimulation: Guillaume Jouvet, Marco Picasso, Jacques Rappaz, Mathias Huss, Heinz Blatter, Martin Funk
Bilder: CWM GmbH and VAW ETHZ

Lizenz:
CC-BY-NC-ND-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-ND-3.0)

Links:
page.mi.fu-berlin.de/jouvet/
www.imaginary.org/film/the-future-of-glaciers

Film Flaschen und Ozeanographie
Filmautorinnen und -autoren: Antoine Rousseau, Maëlle Nodet, Sebastian Minjeaud
Regisseur: Pierre-Olivier Gaumin
Deutsche Tonspur: Susanne Gschwendtner (Sprecherin), Lukas Ljubanovic (Aufnahme)

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Links:
www.inria.fr
www.interstices.info
www.imaginary.org/film/bottles-and-oceanography

Kapitel 2: Die Skulpturen
Alle Skulpturen wurden von Oliver Labs der Firma MO-labs.com erstellt.

Alle Skulpturen:
Autor und 3D-Modell: Oliver Labs

Skulptur Tülle:
Idee: Herwig Hauser

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Links:
www.MO-labs.com
www.imaginary.org/hands-on/four-math-sculptures

Kapitel 3: Weitere Inhalte

SURFER-Expertentipps und Schulführung
Autorinnen und Autoren: Susanne Apel, Eike Brechmann, Gert-Martin Greuel, Andreas Daniel Matt, Susanne Schimpf

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Link:
www.imaginary.org/program/surfer

IMAGINARY-Postkarten, IMAGINARY-Katalog, IMAGINARY-Posterset

Autorinnen und Autoren: siehe Postkarten, Katalog bzw. Poster

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Link:
www.imaginary.org/exhibition/imaginary-through-the-eyes-of-mathematics

Buch »Denkaufgaben für Kinder von 5 bis 15«
Autor: Wladimir Igorewitsch Arnold
Übersetzung ins Englische: Victor Goryunov, Sabir Gusein-Zade
Übersetzung ins Deutsche: Lilian Hueber, David Grünberg, Lea Renner
Editierung: Lea Renner
Design und Layout: Konrad Renner und Christian Stussak

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Link:
www.imaginary.org/background-materials

Filme Dimensions und Chaos
Filmautoren: Jos Leys (Animation und Grafik), Étienne Ghys (Szenen und Mathematik), Aurélien Alvarez (Umsetzung und Bearbeitung).

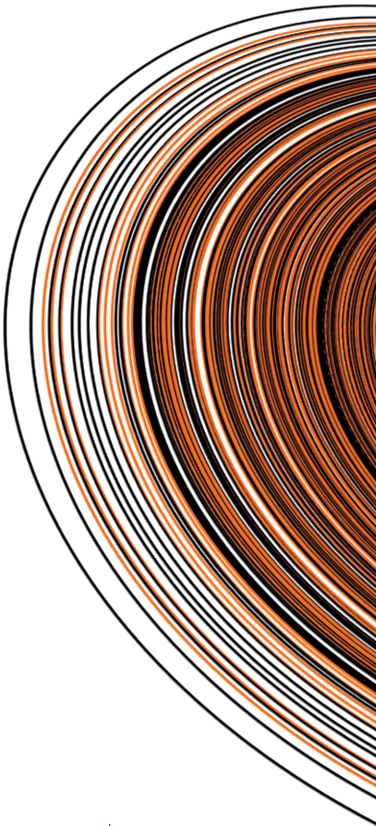
Lizenz:
CC-BY-NC-ND-3.0 (www.spdx.org/licenses/CC-BY-NC-ND-3.0)

Links:
www.dimensions-math.org
www.chaos-math.org

Bastelbögen Dullo und Süss
Autorinnen und Autoren: María García Monera, Juan Monterde
Algebraische Flächen: Herwig Hauser

Lizenz:
CC-BY-NC-SA-3.0 (wwwspdx.org/licenses/CC-BY-NC-SA-3.0)

Link:
www.imaginary.org/hands-on/sliced-imaginary



Mathematisches
Forschungsinstitut
Oberwolfach

Klaus Tschira Stiftung
gemeinnützige GmbH

KTS