MPE

Mathematik des Planeten Erde

Interaktive mathematische Ausstellung

Visualisierungen | Kreativstationen

5. Juli bis 2. August 2015

Karlstorbahnhof Heidelberg

Eintritt frei

www.mpe.hlff.de

Heidelberg Laureate Forum Foundation
Schloss-Wolfsbrunnenweg 33
69118 Heidelberg
06221/533-380
info@heidelberg-laureate-forum.org
www.heidelberg-laureate-forum.org

Inhalt

Veröffentlicht von Heidelberg Laureate Forum Foundation (HLFF)
in Zusammenarbeit mit Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO) und
Heidelberger Institut für Theoretische Studien (HITS)
Layout: Stephan Hölz, HLFF
Erdkugel: Romolo Tavani - Fotolia.com
Heidelberg, Juli 2015

MPE

HEIDELBERG
LAUREATE FORUM
FOUNDATION

Mathematisches
Forschungsinstitut
Oberwolfach

IMAGINARY

20
Klaus Tschira Stiftung

Heidelberg Institute for
Theoretical Studies
HITS

Mathematics of Planet Earth MPE

Veranstalter der Ausstellung ist die Heidelberg Laureate Forum Foundation (HLFF).

Im Jahr 2013 gründete die Klaus Tschira Stiftung die Stiftung Heidelberg Laureate Forum Foundation (HLFF). Diese organisiert das Heidelberg Laureate Forum (HLF), ein internationales Treffen von Preisträgern der renommiertesten Preise für Mathematik und Informatik mit ausgewählten Nachwuchswissenschaftlern aus aller Welt. Das Heidelberg Laureate Forum feierte im Jahr 2013 seine erfolgreiche Premiere und findet vom 23. bis 28. August 2015 zum dritten Mal in Heidelberg statt.

Ein weiterer Fokus der Stiftung HLFF liegt darauf, die öffentliche Aufmerksamkeit auf die beiden Disziplinen Mathematik und Informatik zu lenken, das Interesse daran zu wecken und nachhaltig zu stärken.

Anlässlich des 20-jährigen Jubiläums der Klaus Tschira Stiftung zeigt die HLFF vom 5. Juli bis 2. August 2015 im Kulturhaus Karlstorbahnhof Heidelberg die Ausstellung „Mathematik des Planeten Erde".

Mathematik des Planeten Erde

Wie kann die Mathematik helfen, Probleme des Planeten Erde zu lösen?

Die Ausstellung „Mathematik des Planeten Erde“ veranschaulicht dies mit Exponaten, Visualisierungen und interaktiven Programmen, die eine Vielfalt an Themen wie zum Beispiel Astronomie, Fluiddynamik, die Mathematik von Vulkanen und Gletschern sowie Probleme in der Kartografie behandeln.

„Mathematik des Planeten Erde“ geht auf eine Initiative verschiedener mathematischer Forschungsorganisationen im Jahr 2013 zurück. In einem öffentlichen Wettbewerb wurde eine Ausstellung zusammengestellt, die am 5. März 2013 im UNESCO Hauptquartier in Paris ihre Premiere feierte und seither stetig weiter wächst. Die drei Hauptgewinner des Wettbewerbs waren die Programme „Karten der Erde“, „Dune Ash“ und „Zukunft der Gletscher“. Sie werden auch hier in Heidelberg präsentiert. Alle Exponate der Ausstellung sind open source und werden auf der Plattform „IMAGINARY - open mathematics“ verwaltet und unter Creative Commons Lizenzen kostenfrei bereitgestellt. Die open source Organisation IMAGINARY entwickelt die Ausstellung ständig weiter, neue Ideen und Module sind stets willkommen.

Die Ausstellung in Heidelberg besteht aus einem virtuellen Teil sowie mehreren physischen Modulen. Das Herzstück bilden die Experimentierstationen, die von Centre•Sciences CCSTI der Zentralregion (Orléans, Frankreich) und Adecum, Gesellschaft für die Entwicklung der mathematischen Kultur, hergestellt wurden.

Eine Galerie faszinierender mathematischer Bilder und ausgewählte Kristalle, eine freundliche Leihgabe des Museums für Mineralien und Mathematik, Oberwolfach, ergänzen die Ausstellung.

Zusätzliche Informationen zu der Initiative „Mathematik des Planeten Erde“ erhalten Sie auf: www.mathofplanetearth.org
sowie: www.imaginary.org/de/exhibition/mathematik-des-planeten-erde

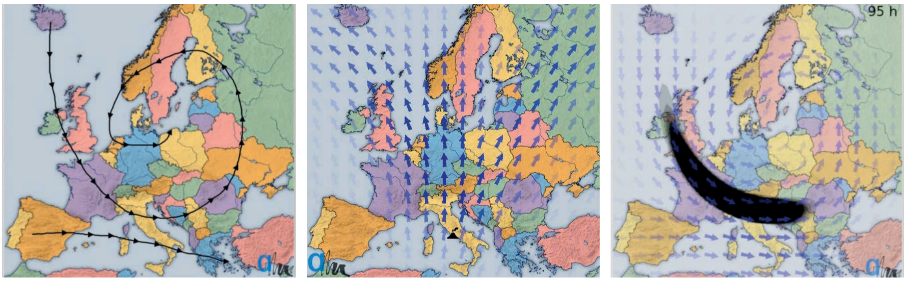
Dune Ash

Am 21. Mai 2011 brach gegen 5:30 Uhr der Vulkan Grimsvötn auf Island aus. Die entstandene Aschewolke verursachte die Schließung des Luftraums in Skandinavien und Schottland und beinträchtigte den Luftraum in ganz Europa.

Das Programm Dune Ash simuliert die Ausbreitung einer solchen Aschewolke durch Windverhältnisse, wie sie von den Benutzerinnen und Benutzern im Programm vorgegeben werden. So lässt sich gut beobachten, wie sich die Asche vom Moment des Vulkanausbruchs an über Europa verteilt. Die Berechnungen werden in Echtzeit durchgeführt.

Mathematisch wird der Transportprozess der Aschepartikel durch partielle Differentialgleichungen beschrieben, die das Programm Dune Ash numerisch löst:

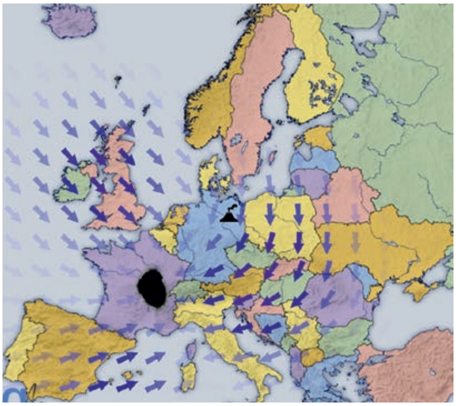
- Nach dem Programmstart wählt ihr zunächst die Ausbruchsstelle des Vulkans.
- Mit dem Pfeilknopf bewegt ihr euch durch die weiteren Programmschritte.
- Skizziert das vorherrschende Windfeld, indem ihr auf dem Bildschirm Linien einzeichnet. Hierdurch wird die Hauptwindrichtung festgelegt.
- Die Windgeschwindigkeit ergibt sich aus der „Malgeschwindigkeit“. Basierend auf den gezeichneten Linien wird ein Windfeld über ganz Europa berechnet und angezeigt. Die blauen Pfeile vermitteln einen Eindruck der Windgeschwindigkeiten: eine helle Färbung steht für niedrige Ge-



Vulkanausbruch: vom Windfeld zur Aschewolke schwindigkeit, eine dunkle Färbung für hohe Geschwindigkeit. Für die Dauer der Simulation bleibt das Windfeld konstant, ändert sich also nicht im Laufe der Zeit, wie es in der Realität passieren würde.

- Die Verteilung der Asche wird zusätzlich durch sogenannte Diffusion bestimmt. Wie stark deren Einfluss in der Simulation sein soll, legt ihr im nächsten Schritt über einen Schieberegler fest.
- Anschließend berechnet das Programm die Lösung der partiellen Differentialgleichungen in Echtzeit. Die räumliche und zeitliche Verteilung der Asche wird auf dem Bildschirm angezeigt.
- Mit dem Schieberegler unten rechts lässt sich die Lösung zu verschiedenen Zeiten anzeigen. Mit „Start/Pause“ kann die Animation unterbrochen werden, „Stopp“ beendet die Simulation. Ist die Lösung einmal berechnet, lassen sich das Geschwindigkeitsfeld in verschiedenen Auflösungen und das zur Berechnung verwendete Gitter anzeigen.
- Experimentiere mit verschiedenen Windfeldern und Parametern. Wann löst sich die Aschewolke nach gegebener Zeit auf und wann sammelt sie sich konzentriert an einem Ort an?

Dieses Exponat wurde an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Abteilung für Angewandte Mathematik, unter der Leitung von Dietmar Kröner entwickelt. Es steht unter der GNU-GPL-2 Lizenz kostenfei zur Verfügung: www.imaginary.org/de/program/dune-ash

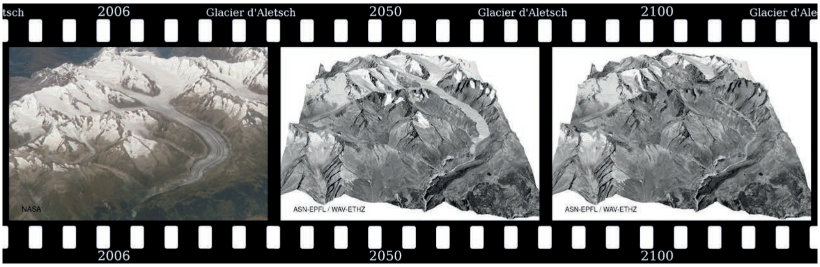


Berliner Vulkan mit Aschewolke in Frankreich

Zukunft der Gletscher

Wie sagt man die Entwicklung von Gletschern voraus?

Die Alpengletscher schrumpfen seit mehr als einem Jahrhundert. Man erwartet, dass dieser Trend anhält, solange die globale Erwärmung fortschreitet. Im Modul „Zukunft der Gletscher“ wird zuerst der Hintergrund der Gletscher-Modellierung durch einen kurzen, unterhaltsamen Film erklärt. MathematikerInnen berechnen die Bewegung des Gletschereises mit Hilfe von Gleichungen der Strömungslehre, deren einzelne Komponenten auf einer separaten Tafel des Moduls erklärt werden. GletscherforscherInnen nutzen Niederschlags- und Temperaturdaten, um das Ansammeln und Abschmelzen des Eises zu berechnen. Gemeinsam haben sie eine Methode ausgeklügelt, die die Entwicklung von Gletschern simuliert - auch Zukunftsprognosen können damit gemacht werden. Das Modul bietet die Möglichkeit, ein Klimaszenario für die Zukunft auszuwählen und die Entwicklung des Großen Aletschgletschers im 21. Jahrhundert zu beobachten. Zum Schluss erzählt der zweite Kurzfilm „Gletschermysterium“, wie Gletscher-Modellierung zu einem großen Fortschritt in einer polizeilichen Untersuchung führte, die schon im Jahre 1926 begann!



- Am Ende des ersten Films könnt ihr selbst fünf verschiedene Klimaszenarien für das 21. Jahrhundert erkunden.
- Eisschmelze: Könnt ihr berechnen, um wie viel Meter der Meeresspiegel steigen würde, wenn das gesamte Eis der Antarktis schmilzt? Info: Das Antarktis-Eis breitet sich über ca. 14 Millionen km^2 aus und ist im Durchschnitt ca. 2 km dick. Die Erde kann als eine Kugel mit 6371 km Radius betrachtet werden, deren Oberfläche zu 70 % mit Ozeanen bedeckt ist. Wasser ist dichter als Eis: 1 m^3 Eis entspricht 0.9 m^3 Wasser.

Dieses Exponat wurde unter der Leitung von Guillaume Jouvet am Fachbereich Mathematik der Freien Universität Berlin mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft entwickelt.

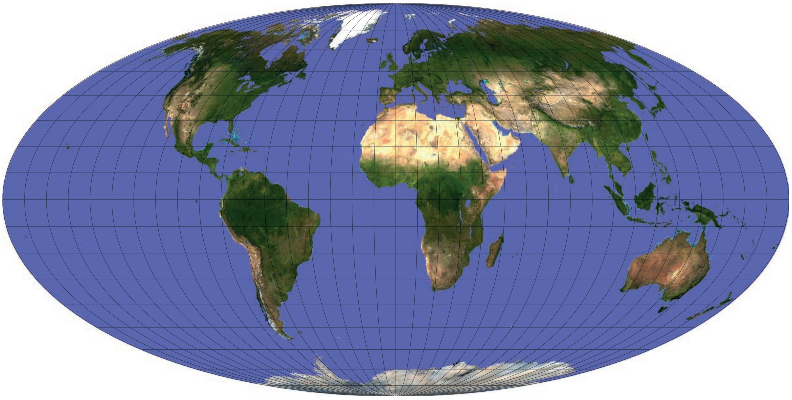
Karten der Erde

Dieses Programm beschäftigt sich mit der Kartografie und Geometrie der Erdkugel. Wie schon der Mathematiker Carl Friedrich Gauß bewiesen hat, sind die geometrischen Eigenschaften der Kugeloberfläche und der Ebene grundlegend verschieden: Es ist nicht möglich, die Erdoberfläche ohne Verzerrungen auf eine ebene Weltkarte abzubilden (zu projizieren).

Die Welt sieht auf einer Weltkarte also ganz anders aus als auf dem Globus. Manche Kontinente erscheinen kleiner, andere größer, auch ihre genaue Form unterscheidet sich. Woran liegt das? Mathematisch gesehen kommen die Unterschiede daher, dass der Globus krumm, die Weltkarten aber flach, also nicht krumm sind. Die Krümmung des Globus sorgt dafür, dass geometrische Gesetze, die wir aus der ebenen Geometrie kennen, nicht mehr richtig sind! Es ist daher nicht möglich, ein Dreieck auf dem Globus eins zu eins in der Ebene abzubilden. Wann immer man es versucht, muss man die Abstände der Ecken oder die Winkel im Dreieck verzerren (oder beides). Versucht man, einen Kreis auf dem Globus eins zu eins in der Ebene abzubilden, muss man ebenfalls den Abstand der Kreislinie zum Mittelpunkt verzerren oder den Flächeninhalt verändern (oder beides).

Für die Kartografie bedeutet dies, dass es keine perfekten Karten geben kann: Die Erdoberfläche kann niemals ganz ohne Verzerrung auf einer Karte abgebildet werden. Man muss beim Anfertigen einer Karte immer entscheiden, wie man projiziert, also wie man die Verhältnisse auf der Erde auf der Karte abbildet. Im Laufe der Zeit wurden verschiedene Projektionen entwickelt, die Abstände und Winkel auf unterschiedliche Art und Weise verzerren.

Das Programm bietet die Möglichkeit, diese Verzerrungen anhand von sechs verschiedenen Projektionen zu untersuchen und zu vergleichen. Im oberen Bereich des Programms kann man zwischen den einzelnen Projektionen umschalten. Bewegt man den Finger über die Karte, wird an jedem Punkt die sogenannte Verzerrungsellipse angezeigt, mit deren Hilfe man Eigenschaften über die Flächen und Winkel projizierter Formen ablesen kann. Eine rote Färbung der Ellipse signalisiert starke Verzerrung, eine grüne Ellipse entsteht in Punkten, wo die Projektion flächentreu ist. In ähnlicher Weise gibt die



„Mollweide“ Projektion

Farbe der Randlinie der Ellipse an, ob die Projektion winkeltreu ist. Durch Antippen wird die Ellipse fixiert und weitere können hinzu gefügt werden. So kann man verschiedene Punkte der Abbildung gut vergleichen.

An den Verzerrungsellipsen kann man die Eigenschaften einer Projektion ablesen:

- Ist die Projektion winkeltreu, so sind alle Verzerrungsellipsen Kreise.
- Ist die Projektion flächentreu, so haben alle Verzerrungsellipsen den gleichen Flächeninhalt.
- Ist die Projektion längentreu, so haben die Verzerrungsellipsen in Richtung der Längentreue gleich große Halbachsen. Meist sind Projektionen nur entlang der Breitenkreise oder Meridiane längentreu.
- Größenvergleich: Vergleiche Flächeninhalt und Umfang der einzelnen Kontinente auf den verschiedenen Karten.

TsunaMath

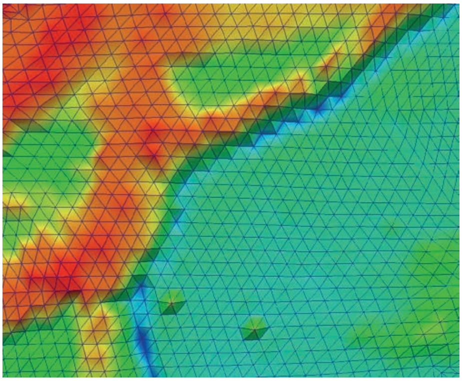
Tsunamis sind riesige Ozean-Wellen, die gewaltsam mit der Küste kollidieren. In den meisten Fällen werden Tsunamis durch Erdbeben hervorgerufen, welche eine plötzliche, topografische Veränderung des Meeresgrundes nach sich ziehen. Dieses Exponat erklärt die mathematische Entwicklung von Tsunamis und rekonstruiert Simulationen von echten, vergangenen Katastrophen.

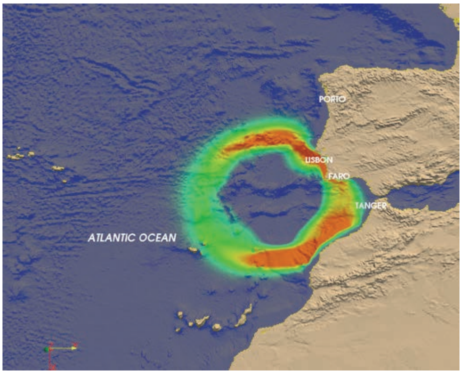
Die Beziehung zwischen der Höhe einer Tsunami-Welle und der Größenordnung des zugrundeliegenden Erdbebens ist komplex. Die Höhe der Welle und ihre Anfangsgeschwindigkeit hängt von der Bewegung (Geschwindigkeit, Beschleunigung) der sich verschiebenden Erdplatten und ihrer Größe ab. Ist die Welle erst einmal in Bewegung, wird ihre Höhe und Geschwindigkeit zudem von der Meerestiefe beeinflusst. Trifft sie auf die Küste, sind Anstieg und Topografie des Meeresbodens sowie der Küstenlinie starke Einflußfaktoren.

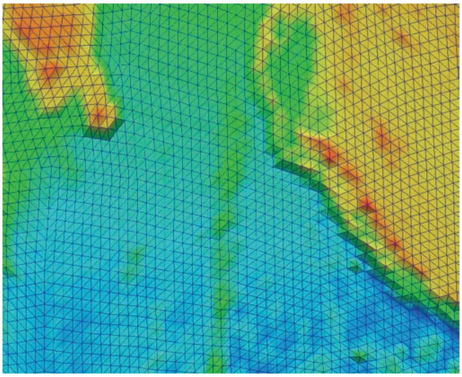
Die zu berechnenden Variablen sind die Höhe der Welle und ihre Geschwindigkeit an jedem Ort. Andere Daten müssen vorher gegeben sein, wie zum Beispiel die Meerestiefe an jedem Ort. Die sogenannten Saint-Venant-Gleichungen (Flachwassergleichungen) sind ein System von partiellen Differentialgleichungen, das die Beziehungen zwischen diesen Größen modelliert. Diese Gleichungen können nicht explizit gelöst werden, aber numerische Algorithmen können eine gute Näherung geben, die realistische Simulationen einer Tsunami-Welle ermöglichen.

Bezug nehmend auf diese Idee, präsentiert das Programm TsunaMath die Simulationen von einigen großen historischen Tsunamis.

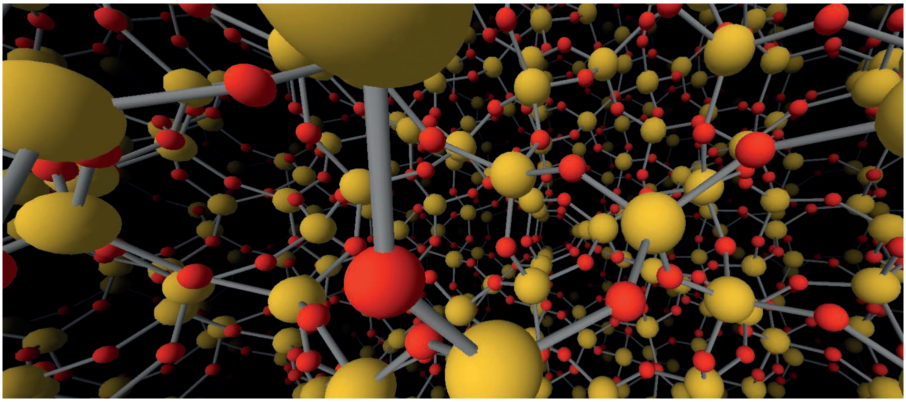
Dieses Exponat wurde von Raouf Hamouda, Emmanuel Audusse und Jacques Sainte-Marie an der Universität Pierre et Marie Curie Paris entwickelt. Es steht unter der CC-BY-NC-SA Lizenz kostenfrei zur Verfügung:
www.imaginary.org/program/tsunamath




PORTO
LISBON
FARO
TANGER
ATLANTIC OCEAN



Crystal Flight



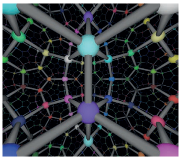
Crystal Flight ist ein interaktives Programm, das dich auf eine Reise durch das Innere eines Quarz-, Fluorit- oder Diamantkristalls mitnimmt. Fliegend in einem Miniatur-Raumschiff kannst du die Kristallstrukturen auch in 3D erkunden!

Materie existiert hauptsächlich in drei Arten von Zuständen oder Phasen: Gas, Flüssigkeit und feste Materie. Flüssige und gasförmige Materie ist oft desorganisiert oder amorph und chaotisch, feste Materie aber kann schön gestaltete Strukturen bilden. In einigen Mineralstoffen werden die Atome in hoch geordneten Kristallgitterstrukturen organisiert.

Die drei hier dargestellten Strukturen sind Vertreter der drei Klassen von Kristallstrukturen, die unterschiedliche geometrische Muster bilden. In einem Diamant ist jedes Atom von vier gleichen Atomen in Form einer dreieckigen Pyramide umgeben. Dies wird als kubische Diamantkristallstruktur bezeichnet. Diese kommt in vielen verschiedenen Materialien vor, die die gleiche Struktur annehmen, wie beispielsweise Silizium-Germanium-Legierungen oder Zinn.

Fluorit-Mineralien bestehen aus mindestens zwei verschiedenen Atomen. Die am häufigsten vorkommende Verbindung ist Kalziumfluorid, wobei jedes Kalziumatom von acht Fluoratomen in einer kubischen Kastenform umgeben ist. Jedes Fluoratom ist wiederum von vier Kalziumatomen in der Form einer dreieckigen Pyramide umgeben. Andere Mineralien nehmen ebenfalls diese kubische Struktur an, wie beispielsweise Lithiumoxid.

Die Quarzstruktur ist die Komplexeste der drei Kristalle. Das Mineral enthält Silizium und Sauerstoff in einem Eins-zu-Zwei-Verhältnis und bildet Dreieckspyramiden mit Silizium in der Mitte und Sauerstoff an den Ecken. Diese Pyramiden können in unterschiedlicher Weise abhängig von der Art des Quarzes und der Temperatur angeordnet werden.



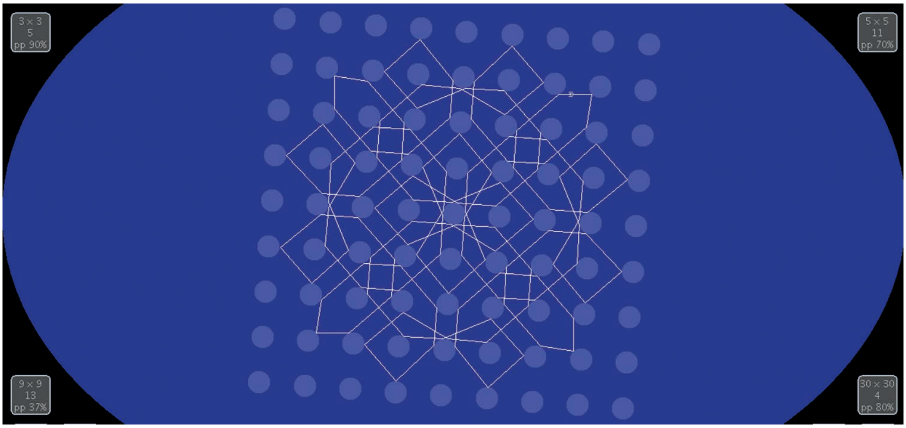
Zudem gibt es zwei weitere Visualisierungen, die mathematische Abstraktionen von Kristallstrukturen darstellen. Diese existieren in gekrümmten Räumen und nicht im gewöhnlichen euklidischen Raum. Die erste Visualisierung ermöglicht es dir, durch eine „120-Zelle“ (Poincaré-Raum) zu fliegen. Das ist ein endlich großer Kristall auf der (gekrümmten) Hypersphäre und besteht aus 120 Dodekaedern, was ihn zum höher dimensionalen Analogon des Dodekaeders macht. Sieh dir dazu auch die Exponate aus der Galerie mathematischer Bilder zum Hecatonicosachoron an. Die andere Visualisierung ist eine hyperbolische Bienenwabenstruktur (Hyperdodekaeder), in der ein unendlich großes Netz aus rechtwinkeligen Dodekaedern den hyperbolischen Raum parkettiert. Diese ungewöhnlich-winkeligen Dodekaeder können nur in gekrümmten Räumen existieren.

Mit Crystal Flight kannst du diese Strukturen genau erkunden. Steuere deinen Flug mit dem Finger über den Touchscreen und reguliere die Geschwindigkeit mit der Steuerung in der unteren rechten Ecke.

- 3D-Flug: Erlebe einen Flug in 3D. Benutze dafür die 3D-Brillen.

Dieses Exponat ist eine Variante des Programms „Curved Spaces“ und Teil von www.geometrygames.org. Es wurde von Jeff Weeks entworfen und entwickelt und steht unter der CC-BY-NC-SA-3.0 Lizenz kostenfrei zur Verfügung: www.imaginary.org/de/program/crystal-flight

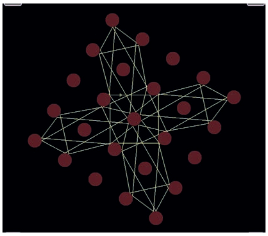
FroZenLight



Das Programm FroZenLight simuliert einen perfekten Lichtstrahl, der von kreisförmig gebogenen, gitterförmig angeordneten Spiegeln reflektiert wird.

Das Reflektionsgesetz besagt, dass der einfallende Strahl und der reflektierte Strahl identische Winkel zur sogenannten normalen Richtung bilden (d. h. zum verlängerten Radius des gebogenen Spiegels, der die beiden Strahlen trifft). Das Programm berücksichtigt dabei rasterartig angeordnete, kreisförmig gebogene Spiegel, die einen vollkommen geraden, in seiner Stärke niemals abnehmenden Lichtstrahl reflektieren. Nach anfänglichen Versuchen wird deutlich, dass es nach einigen Spiegelungen ziemlich schwierig ist, die weitere Richtung des Strahls vorherzusagen. Zufällig gewählte Positionen der Lichtquelle erzeugen ein chaotisches Reflexionsmuster. Allerdings ist es möglich, die Lichtquelle so zu positionieren, dass symmetrische Reflexionsmuster entstehen, die dann wunderschöne und künstlerische Bilder ergeben.

Du kannst die Position der Lichtquelle selbst variieren und das Raster der Spiegel drehen. Klickst du auf eines der Beispielmuster und veränderst es, wirst du es nicht von Hand wiederherstellen können. Der Grund dafür ist, dass die zur Wiederherstellung dieser Muster benötigte Genauigkeit schlichtweg zu hoch ist und durch eine manuelle Einstellung nicht erreicht werden kann. Das Programm sucht nach symmetrischen Mustern. Jede Taste enthält grundlegende Informationen, die das Muster erzeugen. Die erste Information ist die Rastergröße (3x3, 5x5, ...). Die Zweite gibt die Anzahl der Reflexionen des kürzesten Weges an, aus dem das Muster durch Symmetrieoperationen generiert werden kann. Um diesen Weg anzuzeigen, klicke auf die Taste mit dem „?". Du wirst sehen, dass der Weg genau die angegebene Anzahl an Spiegeln berührt. Die Symbole „p" und „g" beschreiben Bedingungen für die Positionen der Endpunkte des Weges. Die Prozentzahl gibt die maximale Größe der Spiegelkreise an, für die dieses Muster möglich ist. Zudem gibt es drei weitere Tastenfelder. Eine verändert die Größe der Kreise, mittels der Zweiten kann man durch verschiedene Farbschemen durchschalten und mit der Dritten kann man eine automatische Animation starten, die mittels kontinuierlicher Drehung des Rasters nach symmetrischen Mustern sucht.



Die auf den Tasten angezeigten Daten sind die Nebenbedingungen, um solche Lichtmuster zu finden. Tatsächlich kann man eine beliebige Folge von Reflexionen innerhalb eines Rasters vorgeben und daraus gepixelte Muster, wie das Beispiel mit den 1807 Reflexionen, erschaffen. Mittels vier benachbarter Spiegel kann man einen Code für jeden Buchstaben des Alphabets erzeugen, sodass jedes Quadrat bestehend aus vier Spiegeln innerhalb eines Rasters einen Platz für ein Zeichen einer geheimen Nachricht bietet. Dies stellt die Grundlage eines kryptografischen Systems dar. Das Beispiel mit den 3517 Reflexionen stellt einen verschlüsselten Text dar. Dieser verschlüsselte Text ergibt sich lediglich aus der der Höhe der Lichtquelle, der Drehung des Rasters und dem Durchmesser der Spiegel. Diese Werte müssen auf enorm viele Nachkommastellen genau sein, da nur dann alle Informationen der ursprünglichen Nachricht gespeichert werden können.

Die habitable Zone

Auf welchen Planeten in unserem oder anderen Sonnensystemen ist Leben möglich?

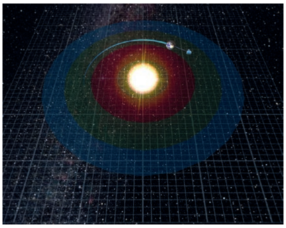
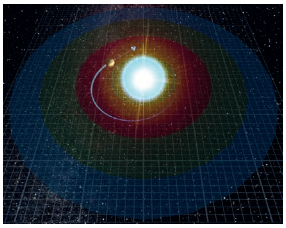
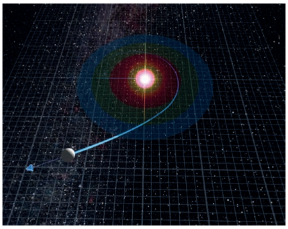
Ein wichtiger Aspekt für die Diskussion dieser Frage ist die Lage der habitablen („bewohnbaren") Zone um die Sonne. In diesem Abstandsbereich kann Wasser dauerhaft in flüssiger Form vorkommen, die Temperatur muss demnach zwischen 0 °C und 100 °C liegen. Flüssiges Wasser ist eine Voraussetzung dafür, dass Leben, wie wir es kennen, entstehen kann. Für unser Sonnensystem liegt dieser Bereich geschätzt zwischen 0,95 und 1,7 AE um die Sonne, wobei 1 AE = 150 Millionen Kilometer der mittlere Abstand von Erde und Sonne ist. In größerem Abstand sind die Temperaturen niedriger, in kleinerem Abstand höher. Die genaue Lage der habitablen Zone hängt zudem von vielen Eigenschaften des Planeten, wie Atmosphäre, Wolken und Treibhauseffekt, ab und ist deshalb möglicherweise deutlich breiter. Natürlich ist die Lage eines Planeten in der habitablen Zone keine hinreichende Bedingung, da die Entstehung von Leben von einer Vielzahl an Faktoren abhängt, jedoch gibt sie einen guten Anhaltspunkt, welche Planeten dafür grundsätzlich in Frage kommen.

Das Gleichgewicht von Sonneneinstrahlung und Wärmeabstrahlung würde für die Erde eine mittlere Temperatur von -17 °C erwarten lassen. Die große Differenz zur durchschnittlichen Oberflächentemperatur von +15 °C erklärt sich aus dem natürlichen Treibhauseffekt, der die Abstrahlung von infraroter Wärmestrahlung stark reduziert und Leben auf der Erde überhaupt erst ermöglicht. Gleichzeitig zeigt der große Einfluss des Treibhauseffekts, dass Änderungen desselben, etwa durch den Menschen, direkte Auswirkungen auf die Oberflächentemperatur haben.

Die habitable Zone lässt sich analog auch für andere Sterne betrachten, die Planeten haben. Sie verschiebt sich allerdings abhängig von der Leuchtkraft: bei vierfacher Leuchtkraft rückt sie auf den doppelten Abstand nach außen, bei einem Viertel der Leuchtkraft auf die Hälfte des Abstands.

Das Programm berechnet die Bahn der Erde um die Sonne (→ Gravitation) und zeigt sie zusammen mit den entsprechenden Temperaturbereichen, von einer vereisten Erde bis hin zum glühenden Wüstenplaneten. Verschiedene Bahngeschwindigkeiten führen zu verschiedenen Umlaufbahnen, sich ändernden Abständen zur Sonne und damit zu verschiedenen Oberflächentemperaturen. Berühre die Erde, um sie zu verschieben, und ändere deren Geschwindigkeit durch Ziehen an der Spitze des Geschwindigkeitspfeils. Du kannst die Sonne auch gegen einen hellen heißen Stern oder einen schwachen kühleren Stern austauschen. Und: halte Abstand von der Sonne!

- Warum ändert sich die Bewegungsrichtung der Erde?
- Auf welchem Teil der Umlaufbahn wird die Erde schneller, auf welchem wird sie langsamer?
- Wie ändert sich die Temperatur der Erde, wenn sie verschoben wird?
- Was ändert sich, wenn Du die Sonne durch einen anderen Stern austauschst?

Dieses Exponat wurde vom Heidelberger Institut für Theoretische Studien (HITS) erstellt und ist ein Preview für das Astronomie-Besucherzentrum „ESO Supernova“, das derzeit in Garching bei München gebaut wird.

Gravitation

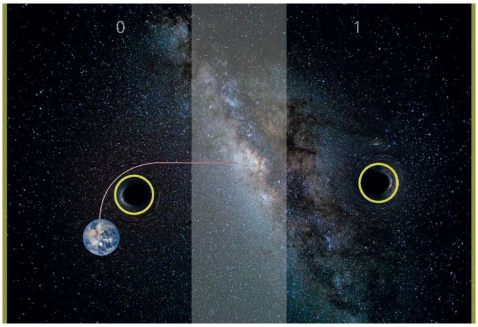
Die Gravitation, auch Schwerkraft genannt, ist eine der fundamentalen Kräfte in der Natur: alle Objekte ziehen sich durch sie an. Dabei nimmt ihre Größe direkt mit der Masse zu und quadratisch mit dem Abstand ab. Sie ist diejenige Kraft, die zur Bildung aller großen Strukturen im Universum, von Galaxien, Sternen und Planeten, geführt hat. Eine bemerkenswerte Eigenschaft ist, dass die Schwerkraft immer anziehend, niemals abstoßend wirkt.

Unser tägliches Leben wird maßgeblich durch die Gravitation mitbestimmt, wenngleich oft unbemerkt. Die Anziehung zwischen der Erde und uns selbst hält uns am Erdboden, die Anziehung zwischen der Erde und der Sonne hält die Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne, statt sie heimatlos durch das Universum treiben zu lassen, und schließlich ist sie auch für die Kugelform der Erde verantwortlich.

Mathematisch kann die Bewegung unter Wirkung der Schwerkraft durch eine Differentialgleichung beschrieben werden. Trotz der Einfachheit der Kraft ist die Berechnung bei komplexen Systemen meist nur mithilfe numerischer Simulationen auf einem Computer möglich. Simulationen der Galaxienentstehung etwa werden auf den heute leistungsfähigsten Supercomputern durchgeführt.

Das Spiel „Gravity Pong" gibt einen spielerischen Einblick in die Wirkung der Gravitation. Erdbälle werden in zwei wechselnde Richtungen abgeschossen und sollen vom jeweiligen Spieler zum „Tor" am seitlichen Rand der gegnerischen Spielfeldhälfte umgelenkt werden. Dies wird durch die Schwerkraft von zwei Schwarzen Löchern erreicht, die jeweils in der eigenen Spielfeldhälfte frei bewegt werden können. Aber passe auf, dass du dem Schwarzen Loch nicht zu nahe kommst ...

Die Gravitation eines Schwarzen Loches ist übrigens nicht grundsätzlich anders als bei einem beliebigen anderen Objekt. Auch sie hängt nur von der Masse ab. Erst in unmittelbarer Nähe zum „Ereignishorizont" des Schwarzen Loches treten die Effekte von Albert Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie deutlich zutage. Diese beschreibt Gravitation nicht mehr durch Kräfte, sondern geometrisch abstrakt durch die Krümmung einer vierdimensionalen „Fläche” aus Raum und Zeit, der sogenannten „Raumzeit”. Hier sind Raum und Zeit nicht mehr voneinander unabhängig, jedoch bleibt die Zeit ausgezeichnet (sie läuft nur vorwärts). Die allgemeine Relativitätstheorie hat bis heute alle experimentellen Tests bestanden, unter anderem auch die Ablenkung von Licht durch schwere Objekte, die zur Verzerrung von Hintergrundbildern führt und im Spiel demonstrativ gezeigt wird. Die Ablenkung des Sternenlichts am Rand der Sonnenscheibe während einer Sonnenfinsternis war 1919 die erste experimentelle Überprüfung der Theorie.



Dieses Exponat wurde vom Heidelberger Institut für Theoretische Studien (HITS) erstellt und ist ein Preview für das Astronomie-Besucherzentrum „ESO Supernova“, das derzeit in Garching bei München gebaut wird.

Die bewegte Erde

Der Anblick der Erde, des blauen Planeten, aus dem Weltraum ist zweifellos beeindruckend. 1972 nahm Harrison Schmitt während der Apollo-17-Mondmission die voll beleuchtete Erde auf – eine Fotografie, die als "Blue Marble" weltbekannt wurde.

Inzwischen gehören Satellitenaufnahmen der Erde zur Normalität, wenngleich sie ihre Faszination nicht verloren haben. Sie ermöglichen es, die globale Wetterentwicklung zu beobachten, doch es können auch viele weitere Geodaten vom Weltraum aus gewonnen werden. Eine Auswahl davon wird in diesem Exponat vorgestellt und auf einer Kugel dargestellt. Dabei lässt sich die Erde intuitiv per Gestensteuerung, also der Bewegung einer Hand über einem Sensor, drehen und von verschiedenen Seiten betrachten.

Satellitenansicht der Erde
Die Wettersatelliten befinden sich meistens in einer geostationären Umlaufbahn um die Erde. Da hier die Umlaufzeit genau einen Tag beträgt, stehen diese Satelliten über dem Äquator scheinbar still und können das Wettergeschehen laufend beobachten.

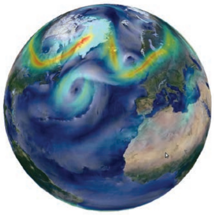
Die Erde bei Nacht
Eine Nachtaufnahme der Erde zeigt klar die Ballungszentren der Erde, die durch die allgegenwärtige Beleuchtung klar hervortreten. Als „Lichtverschmutzung" führt sie aber auch dazu, dass der dunkle Nachthimmel oft nur noch in entlegenen Gebieten zu beobachten ist.

Aerosole in der Atmosphäre

GEOS-5 ist eine Simulation des NASA Center for Climate Simulation, das die Prozesse untersucht, die zu langfristigen Wetter- und Klimaveränderungen führen. So kann die Ausbreitung von Aerosolen durch Staub, Brände, fossile Energieträger und Vulkane untersucht und dargestellt werden. Die Farben stellen dabei die unterschiedlichen, modellierten Aerosole dar: Staub (rot), Meersalz (blau), Kohle (grün) und Sulfate (weiß).

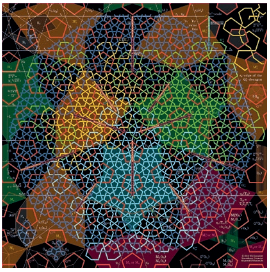
Globale Windströmungen

Windströmungen verteilen Aerosole in der Atmosphäre und über den Planeten. Für die obige GEOS-5-Simulation werden hier die Oberflächenwinde in weiß dargestellt, die Winde in größeren Höhen in rot.



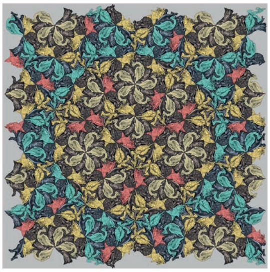
Dieses Exponat wurde vom Heidelberger Institut für Theoretische Studien (HITS) erstellt und ist ein Preview für das Astronomie-Besucherzentrum „ESO Supernova“, das derzeit in Garching bei München gebaut wird.

Galerie mathematischer Bilder



Quasicrystalline Wickerwork
von Uli Gaenshirt

Obwohl das Flechtwerk im Vordergrund der großen Grafik aus mittelalterlichen Girih-Schablonen zusammengesetzt worden ist (persisch Girih = deutsch Knoten), besitzt es eine Beziehung zu der atomaren Struktur eines dekagonalen Quasikristalls.
Durch die Einpassung der Girih-Schablonen in ein modernes Rhomben-Penrose-Parkett wurde ein Girih-Flechtwerk mit einer gut angenäherten zehnzähligen Drehsymmetrie erzeugt. Die dabei entstehenden Knoten korrespondieren überraschenderweise mit der unterlegten Geometrie eines heutzutage gebräuchlichen Überdeckungsmodells.



Animalistic Quasiperiodicity
von Uli Gaenshirt

Als Vorbild für dieses Bild dienten die hervorragenden Arbeiten des bekannten niederländischen Künstlers M. C. Escher, der seine Figuren in entsprechender lückenloser Weise aneinanderfügte.
Während Eschers Ordnungsprinzipien jedoch periodisch sind und somit eine Entsprechung zu kristallinen Atomgittern besitzen, ist das hier gezeigte Bild auf einem quasiperiodischen Penrose-Parkett aufgebaut, das einem quasi-kristallinen Atomgitter mit fünffacher Drehsymmetrie entspricht, weshalb es nicht kristallografisch sein kann.
Die rot eingefärbten Fische schwimmen in fünf unterschiedlichen Orientierungen, die jeweils um 36° zueinander gedreht sind.
Die türkise Einfärbung lässt uns die Form der Nabe eines Wagenrades erkennen.

Animalistic Tiling Structure

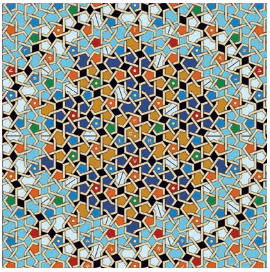
von Uli Gaenshirt

Dieses Bild zeigt die Beziehung der quasiperiodisch angeordneten Tiere zu vier unterschiedlichen, aber wechselseitig voneinander ableitbaren Parketten.
Die gelben und orangefarbenen Dreiecke, aus denen der ringförmige Bereich besteht, nennt man Robinson-Dreiecke. Innerhalb des Ringes sind die Dreiecke zu dicken blauen und dünnen grünen Penrose-Rhomben zusammengefasst worden, außerhalb zu blauen Drachen und grünen Pfeilen (kite & dart).
Alle Drachen haben eine Eins-zu-Eins-Beziehung zu einem blauen, grünen oder gelben Fünfeck des Penrose-Pentagon-Parketts im Hintergrund. Die konkave Ecke eines Pfeils liegt immer im Zentrum eines schwarzen Fünfecks, die Pfeilspitze im Zentrum eines violetten. Die weißen und schwarzen Punkte repräsentieren die Anlegeregeln der Drachen und Pfeile.

Animalistic Fivefold Rotation

von Uli Gaenshirt

In einer quasikristallinen atomaren Struktur, für die eine fünffache Symmetrie nachgewiesen werden kann, müssen die Symmetriezentren über die gesamte Struktur hinweg gleichmäßig verteilt sein, und es müssen Zentren höherer Ordnung existieren.
Optimierte quasiperiodische Modelle, wie die Penrose-Parkette, sind hierarchische Systeme!
In dem animalistisch illustrierten Strukturbeispiel sind 13 Zentren fünffacher Symmetrie türkis hervorgehoben. Die zehn Zentren am Bildrand befinden sich exakt auf den Ecken eines Zehnecks. Die Drehrichtungen der Symmetriezentren wechseln sich konsequent ab. Dort, wo jeweils fünf der ockerfarbenen „Schildkröten“ ihre Köpfe zusammenstecken, befinden sich Drehzentren höherer Ordnung.

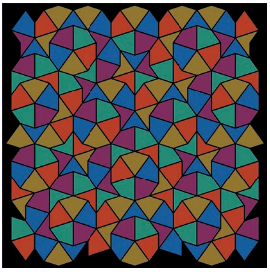


Girih Cartwheel
von Uli Gaenshirt

Dieses Flechtwerkornament wurde nur aus zwei Girih-Bausteinsorten zusammengesetzt, unregelmäßigen Sechsecken und Trapezen. Die aperiodischen Anlegeregeln der Bausteine werden durch sechs verschiedene Farben in ihren Eckbereichen definiert.
Innerhalb des Zehnecks mit dem Mittelpunkt C und dem oberen Eckpunkt T wurden jeweils gleichfarbige Eckbereiche so zu Fünfecken und Fünfeckzwillingen zusammengefügt, dass sie einem Penrose-Cartwheel entsprechen.
Die Erweiterung dieser Struktur auf den gesamten Bildbereich entstand durch vier Überdeckungen mit Kopien des zentralen Cartwheels. Die Rhomben PLVR zeigen die Lage der fünf Cartwheels.
Wenn eine rote, blaue oder gelbe Fünfeckform an einer der radialen schwarzen Linien gespiegelt ist, dann ist ihr Spiegelbild grün, orange oder violett.

Octagonal Wickerwork
von Uli Gaenshirt

Die ersten atomaren Strukturen mit achtzähliger Drehsymmetrie wurden 1987 entdeckt. Diese Strukturen sind quasikristallin, da eine kristalline (periodische) Ordnung höchstens eine drei-, vier- oder sechszählige Drehsymmetrie besitzen kann.
Eine geometrische Beschreibung gelingt über das Ammann-Beenker-Parkett. Dessen Bausteine sind Quadrate und Rhomben mit 45°-Winkeln. Die farblich sichtbar gemachte Zusammenfassung der kleineren Bausteine zu größeren untermauert den hierarchischen Charakter der Struktur. Das eingezeichnete Flechtwerkmuster hat einen direkten Bezug zu den Bausteinen beider Größen.
Der aufgehellte Bereich in der Bildmitte, der zwei große Quadrate und vier große Rhomben beinhaltet, entspricht einem der Gähler-Oktogone, die die Fläche vollständig überdecken (mit Überlappungen) und eine Eins-zu-Eins-Beziehung zu den geschlossenen Ringen des Flechtwerks besitzen.



Color-Coded Kites and Darts

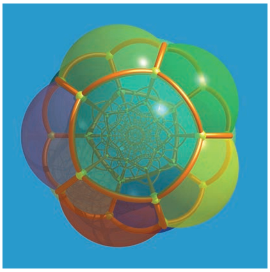
von Uli Gaenshirt

Das dargestellte Penrose-Parkett ist unter dem Namen kite & dart (Drachen & Pfeil) bekannt. Seine zehnzählige Drehsymmetrie ist in dekagonalen Quasikristallen nachweisbar.
In einem karierten Papier ist eine vierzählige Drehsymmetrie perfekt realisiert, d. h., das Papier bietet nach einer 90°-Drehung um einen frei wählbaren Punkt wieder denselben Anblick. Das Penrose-Parkett besitzt, im Gegensatz zum karierten Papier, keinen periodischen Aufbau. Aber obwohl sich seine Bausteine nur teilweise zu drehsymmetrischen Sternen bzw. Zehnecken zusammenfinden, verändert sich sein Anblick nach einer 36°-Drehung dennoch nicht grundsätzlich, da die Drachen und Pfeile in allen zehn möglichen Orientierungen annähernd gleich häufig vertreten sind.
Die einheitliche Einfärbung von Bausteinen mit einer bestimmten Orientierung macht die quasiperiodischen Reihungen mit dem charakteristischen, nicht periodischen Wechsel der Abstände deutlich sichtbar.

Stereografische Projektion

von Aurélien Alvarez, Étienne Ghys, Jos Leys

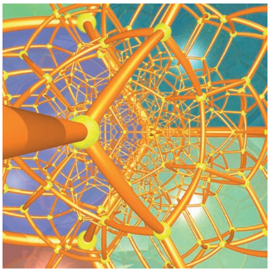
Punkte auf einer Kugel (Sphäre) werden vom Nordpol aus auf eine Ebene projiziert, die rechtwinkelig zu der Polachse liegt. Normalerweise ist das die Ebene, die durch den Südpol geht. Alle Punkte der Kugel können so auf die Ebene projiziert werden, bis auf den Nordpol selbst. Man nimmt daher einen unendlich weit entfernten Punkt zur Ebene hinzu. Dieser repräsentiert den Nordpol. Die stereografische Projektion bildet Kreise auf der Kugel auf Kreise in der Ebene ab. Winkel von sich schneidenden Kreisen bleiben dabei erhalten. Weitere Projektionen kannst Du im Modul „Karten der Erde“ erkunden.



Hecatonicosachoron

von Aurélien Alvarez, Étienne Ghys, Jos Leys

Das Hecatonicosachoron ist ein reguläres Polytop (Vieleck) in vier Dimensionen und wird auch die „120-Zelle“ genannt. Es ist das vierdimensionale Analogon des dreidimensionalen Dodekaeders, das 12 fünfeckige Seitenflächen, 20 Ecken und 30 Kanten hat. Das Hecatonicosachoron hat 120 „Seitenflächen“ im Vierdimensionalen, das heißt sie sind eigentlich dreidimensionale „Flächen“, also Dodekaeder! Die zweidimensionalen Flächen dieser Dodekaeder sind Fünfecke, insgesamt 720. Es gibt 600 Ecken und 1200 Kanten.

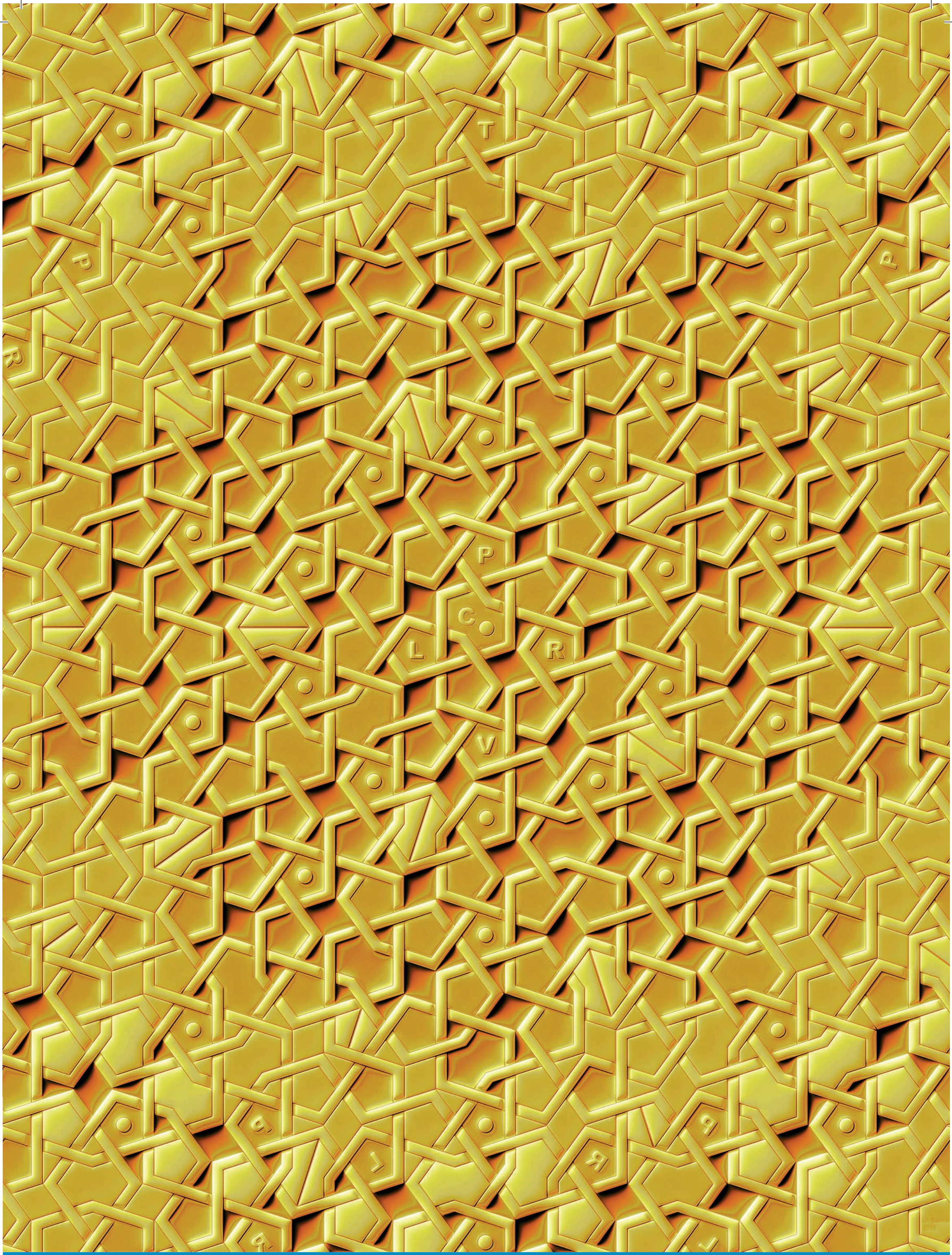


Hecatonicosachoron (Fortsetzung)

von Aurélien Alvarez, Étienne Ghys, Jos Leys

Die Bilder zeigen die 120-Zelle in stereografischer Projektion einmal von innen und einmal von außen. Es ist aber nicht die Projektion von einer Kugel auf die Ebene durch den Südpol, sondern die Projektion einer dreidimensionalen Kugel im vierdimensionalen Raum in den dreidimensionalen Raum. Die Projektion zeigt die Symmetrien der 120-Zelle sehr gut. Wie man sehen kann, sind die zweidimensionalen Flächen des Objektes alle Teile von Kugeln und die Ecken Kreissegmente.

rechts: Golden Girih Cartwheel Rilievo
von Uli Gaenshirt


T
P
C
L
R
V

Mineralien und Kristalle

Kristalle haben die Menschen seit jeher fasziniert. Ihre regelmäßige Geometrie, ihre besondere Symmetrie, aber auch ihre geheimnisvolle Farbenvielfalt überraschen und erfreuen immer wieder. In der Natur sind Mineralien häufig als Kristalle ausgebildet. Sie sind Bestandteile von Gesteinen, wobei ihre Kristallform wegen der unregelmäßigen Korngrenzen meist nicht zu erkennen ist. In Gesteinshohlräumen können die Mineralien frei auskristallisieren und zeigen dann ihre Kristallform. Diese kann man z. B. auch bei Schneeflocken, die im Wachstum nicht begrenzt werden, erkennen.

In den Vitrinen sehen Sie eine Auswahl an Kristallen, eine freundliche Leihgabe des MiMa, des Mineralien- und Mathematikmuseum Oberwolfach.

Das MiMa zeigt nicht nur einzigartige Schätze an Mineralien der Region und kunstvolle Einblicke in die Welt der Mathematik, sondern gerade auch die spannende Verbindung von Mathematik und Mineralien. Installationen zum Thema Symmetrie und Kristallografie lassen diese beiden Gebiete auf neue Weise verstehen.

Betreut wird die MiMA-Ausstellung vom Verein der Freunde von Mineralien und Bergbau Oberwolfach e. V., der auch Eigentümer der Sammlung ist und der das Museum gemeinsam mit dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach betreibt.

www.mima.museum

MiMa – Mineralien- und Mathematikmuseum Oberwolfach
Schulstr. 5
77709 Oberwolfach

Öffnungszeiten:
Mai - Oktober: täglich 11-17 Uhr
16. Dezember - April: täglich 11-16 Uhr
Geschlossen 01.11.-15.12., 24./25./31.12. und 01.01.

Experimentierstationen

Warum sind alle Landkarten verzerrt?

Warum steigt aktuell der Meeresspiegel?

Wie helfen mathematische Modelle, die Tsunami-Prävention zu verbessern?

Wir entstehen Wirbelstürme?

Wie bestimmen Mathematiker die Umlaufbahn von Satelliten?

Wie lässt sich die Höhe der Erde vermessen?

Wie können Mathematiker die innere Struktur der Erde rekonstruieren?

Wie breiten sich Erdbeben aus?

An vielen Stationen kann man diesen Fragen auf den Grund gehen und durch eigenes experimentieren herausfinden, welche Antworten die Mathematik darauf geben kann.

Die physischen Module bilden das Herzstück der Ausstellung. Sie wurden von Centre•Sciences CCSTI der Zentralregion (Orléans, Frankreich) und Adecum, Gesellschaft für die Entwicklung der mathematischen Kultur, hergestellt.


atlas de Peters, on projette chaque point horizon-
sur le cylindre. Ce procédé, appelé projection de
conserve les rapports d'aire et respecte la taille
pays des deux hémisphères : la projection est dite
équivalente".
Paris
Vancouver
Tokyo
Que retenir ?


The melting of glaciers
50 km
Sea level rise


seismographs around the world, the Danish
mathematician Inge Lehmann showed in 1936 that
the liquid the Earth's liquid core contains a solid inner
core with a radius of 1,200 km.
Despite a temperature of above 5 000 °C, the inner
core is solid because of the pressure, which is more
than 3.5 million times stronger at a depth of 5,000 km
than on the surface.
How to "travel" inside the Earth?
In order to understand the inner structure of the Earth,
scientists put on mathematical glasses to interpret
the data on seismic waves. They see that the outer
core of the Earth is liquid because shear waves do not
propagate in it. As for the pressure waves, they are
refracted when they enter the outer core. If there was
no solid inner core, an annular region (in brown on the
figure) would exist where no seismic waves would be
detected.
Le cœur de la Terre,
solide ou liquide ?
Comment voyager
au centre de la Terre ?

Veranstaltungsort:	Kulturhaus Karlstorbahnhof e. V. Am Karlstor 1 | 69117 Heidelberg Telefon: 06221/978911
Datum:	5. Juli bis 2. August 2015
Öffnungszeiten:	Sonntag, 5. Juli, von 18 bis 20 Uhr Montag bis Freitag von 13 bis 19 Uhr Donnerstag von 13 bis 20 Uhr Samstag und Sonntag von 11 bis 19 Uhr
Eintritt:	frei
Gruppenführungen:	auf Anfrage | spezielle Führungen für Schulklassen

www.mpe.hlff.de